



امکان‌سنجی شبیه‌سازی به روش ذره در جعبه برای یافتن توان پراکنده‌شده‌ی تامسون برای محاسبه‌ی چگالی در رآکتور گرما هسته‌ای بین‌المللی

مرادی‌ضامنجان، فرزانه - علی‌عسگریان محمد*

دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، گروه مهندسی هسته‌ای

چکیده:

روش ذره در جعبه (پیک) یک روش برای ساده سازی در زمینه‌ی فیزیک پلاسمای محاسباتی است. این روش براساس رفتار آماری سیستم محاسبات را انجام می‌دهد. از طرفی یکی از روش‌های بسیار دقیق پارامترسنجی پلاسمای توکامک روش پراکنده‌گی تامسون است. در این مقاله پراکنده‌گی تامسون غیرتجمعی که به رفتار تک تک ذرات موجود در پلازما بستگی دارد و مستقل از رفتار آماری آن است را از پلاسمایی با مشخصات پلاسمای ایترا با روش پیک شبیه‌سازی کردیم تا قابلیت پیک را برای شبیه‌سازی سیستم‌های غیر آماری بسنجیم. نتایج نشان داد پیک با دقت بالایی توانایی شبیه‌سازی این پدیده‌ها را نیز دارد. کلمات کلیدی: شبیه‌سازی، روش ذره در جعبه، پراکنده‌گی تامسون، توکامک ایترا

Feasibility study of Particle in Cell Simulation to Obtain Thomson Scattered Power to calculate Plasma Density in International Thermonuclear Experimental Reactor

Moradi Zamenjani, Farzaneh; Ali Asgarian, Mohammad
Faculty of Advanced Sciences and Technologies, University of Isfahan

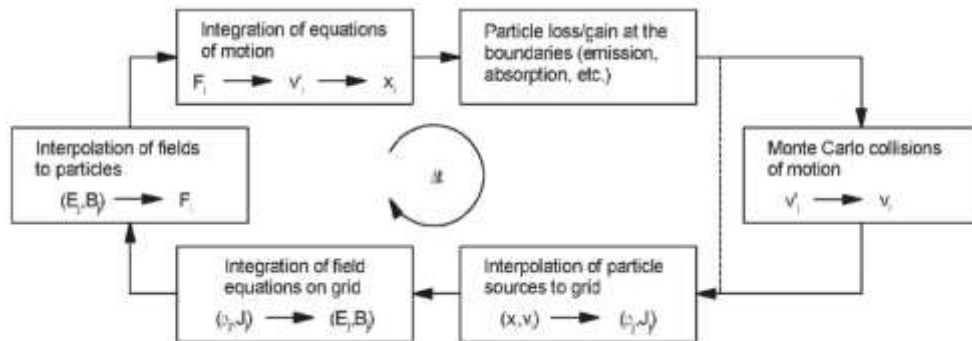
Abstract:

Particle in cell method (PIC) is a simplifying method in computational plasma physics. It works based on statistical behavior of system. One of the most accurate diagnostic tools in plasma Tokamak is Thomson scattering (TS). Here we simulate non- collective TS that is related to single particle behavior of system from a plasma with ITER's parameters using PIC to study PIC ability for simulating non-statistical systems. Results show PIC can do it with a high accuracy.

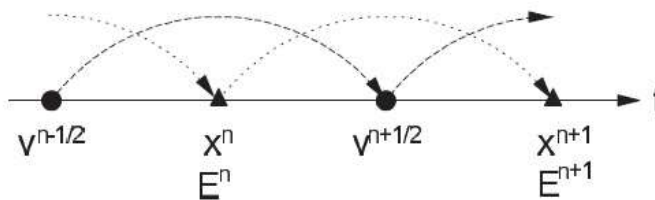
Keywords: Simulation, Particle in Cell Method, Thomson Scattering, ITER

مقدمه:

برای بررسی رفتار کل سیستمی که متشکل از تعدادی از ذرات است لازم است معادلات حاکم را برای تمام ذرات سیستم حل کنیم. در صورت بالا بودن چگالی سیستم با تعداد معادلات بسیاری درگیر هستیم و عملاً محاسبات کامپیوتری آن غیرممکن است. برای حل این مشکل روش ذره در جعبه (پیک) پیشنهاد می‌شود. در این روش برای کاهش تعداد معادلات، ابر ذره‌هایی در نظر گرفته می‌شوند که با توجه به تعداد ذرات واقعی موجود در سیستم هرکدام از این ابرذرات شامل تعدادی از ذرات است و معادلات را به جای ذرات واقعی سیستم برای این ابر ذره‌ها حل می‌کنیم. روش پیک، توابع توزیع را در فضای فاز به صورت آماری بیان می‌کند. یکی از مهمترین مزایای پیک استفاده از معادلات بنیادی بدون تقریب زدن‌های زیاد است که باعث می‌شود دقت محاسبات کم نشود ولی نقطه ضعف این روش که از ماهیت آماری آن سرچشمه می‌گیرد بازدهی محاسباتی آن است، در این روش نیز مانند سایر روش‌های آماری خطای محاسبات برای تعداد N ذره به N^2 همگرا می‌شود. ضعف دیگر این روش نیاز آن به حافظه‌ی زیاد و پردازش‌گرهای قوی است. روند کلی حاکم بر روش پیک در شکل ۱ نشان داده شده است. در این روش، سرعت و مکان ذرات در فضای پیوسته ولی میدان‌های الکتریکی در مکان‌های گسسته‌ی فضایی تعریف می‌شوند. اما هم میدان‌ها و هم ذرات در زمان‌های گسسته تعریف شده‌اند. ذرات و میدان‌ها با شروع از شرایط اولیه و مطابق شکل ۲ پیشروی می‌کنند [۱].



شکل (۱) سازوکار شماتیک روش پیک [۱].





شکل (۲) نمایی از پیشروی زمانی میدان الکتریکی و سرعت و مکان ذرات [۱].

مطابق شکل ۲ مکان و سرعت ذرات به اندازه‌ی $\Delta t/2$ اختلاف زمانی دارند. معادله‌ی حرکت ذرات به کمک درون‌یابی میدان از شبکه‌های مجزا به مکان‌های پیوسته‌ی ذرات به اندازه‌ی یک گام زمانی پیشروی می‌کند. سایر ویژگی‌ها از جمله شرایط مرزی ذرات مانند جذب و گسیل نیز در نظر گرفته می‌شوند. اگر مدل برخوردی باشد باید حالت برخوردی مونت کارلو را به کار ببریم. جملات چشمه یعنی ρ و J برای معادلات میدان از مکان‌های پیوسته‌ی ذرات به مکان‌های مجزای مش‌ها به دست می‌آیند. سپس میدان‌ها یک گام زمانی به پیش می‌روند و این حلقه تکرار می‌شود. در دهه‌ی ۶۰ میلادی با توجه به اینکه در مسائل مربوط به فیزیک پلاسمای محاسباتی لازم بود که N^2 معادله برای N ذره حل شود که باعث افزایش بسیار زیاد حجم محاسبات می‌شد ایده‌ی استفاده از روش مش-ذره با در نظر گرفتن مش‌های محاسباتی مطرح شد. این روش قادر بود سیستمی متشکل از $10^3 - 10^4$ ذره را در یک بعد شبیه‌سازی کند. در دهه‌ی ۷۰ میلادی روش پیک فرمول‌بندی و کدنویسی شد. بخش عمده‌ی نظریه‌ی پیک در این دوره و توسط بردسال^۳ و لانگدن^۴ و هاکنی^۵ و ایست وود^۶ پی‌ریزی شد. در دهه‌ی ۸۰ با توجه به اهمیت شرایط مرزی در پلاسمای مطالعات زیادی در این زمینه انجام شد و برخوردهای بین ذرات خنثی و باردار نیز با در نظر گرفتن یک سطح مقطع ساده منظور شد که نتیجه‌ی آن شبیه‌سازی ابزارهای واقعی پلاسمای بود. در دهه‌ی ۹۰ روش‌های شیء‌گرا^۷ نیز روی پیک اعمال شد. شبیه‌سازهای دو و سه بعدی برای $10^6 - 10^8$ ذره و به صورت موازی برای $10^{10} - 10^8$ ذره انجام گرفت [۱].

یکی از سیستم‌های بسیار پراهمیت در زمینه‌ی پلاسمای گداخت سیستم تشخیص پارامترهای پلاسمای از جمله دما و چگالی آن است، روش پراکندگی تامسون^۸ یکی از تکنیک‌های پارامترسنجی پلاسمای گداخت است. در ایترا^۹ نیز سه سامانه‌ی پراکندگی تامسون برای تعیین پارامترهای پلاسمای در سه ناحیه‌ی لبه (ETS)؛ دایورتر (DTS)؛ و مغز پلاسمای

^۳Monte Carlo Collision (MCC)

^۴Birdsall

^۵Langdon

^۶Hockney

^۷Eastwood

^۸Object Oriented

Thomson Scattering (TS)

^۹ITER

^{۱۰}Edge Thomson Scattering

Divertor Thomson Scattering



(CPTS) طراحی شده است [۲]. در این مقاله توانایی روش پیک در شبیه‌سازی روش پراکندگی تامسون غیرتجمعی در یافتن چگالی یک پلاسما با مشخصات پلاسمای ایتر بررسی شده است.

پراکندگی تامسون یکی از قدرتمندترین روش‌های تشخیص پارامترهای پلاسما است که به دلیل ماهیت غیرآلاینده و دقت بالای آن در تعیین جزئیات پلاسما در مقایسه با روش‌های دیگر بهتر است. پراکندگی تامسون تنها روشی است که پروفایل‌های آنی و دقیقی از پارامترهای پلاسما مانند چگالی و دما می‌دهد. سطح مقطع پراکندگی تامسون به قدری پایین است که در آن $P_s/P_i \leq 10^{-13}$ و P_s و P_i به ترتیب توان‌های پراکنده و فرودی هستند [۳]. در نتیجه‌ی این سطح مقطع کوچک، باید از لیزرهای پرشدت استفاده کرد در عین حال باید توجه داشت که این لیزر پرشدت به ذرات پلاسما شتاب ندهد و حرکت آن‌ها را مختل نکند.

در پراکندگی تامسون، یک الکترون آزاد بر اثر میدان الکتریکی تابش فرودی شتاب می‌گیرد و یک موج الکترومغناطیسی در همی راستاها پراکنده می‌کند. در این فرایند یک موج نوری تک‌رنگ پرشدت با بسامد ω_i از داخل پلاسما عبور می‌کند. اگر $\hbar\omega_i \ll m_e c^2$ که در آن c و m_e به ترتیب سرعت نور و جرم الکترون هستند الکترون‌های آزاد با بسامدی مشابه بسامد نور فرودی نوسان می‌کنند و تابش گسیل می‌کنند.

برای پراکندگی تامسون دو حالت امکان‌پذیر است، اگر $\lambda_i \ll \lambda_{De}$ که λ_i و λ_{De} به ترتیب طول موج فرودی و طول دیبای است اثرات غیرتجمعی غالب است، در این حالت هیچ برهم‌کنشی بین بارها وجود ندارد و هر ذره به طور مستقل رفتار می‌کند و شکل طیف نشان‌دهنده‌ی تابع توزیع سرعت الکترون است. به بیان دیگر اگر $\lambda_i \geq \lambda_{De}$ موج فرودی با مجموعه‌ای از ذرات برهم‌کنش می‌کند. این حالت تجمعی پراکندگی که پلاسمون نامیده می‌شود اطلاعاتی پیرامون یون‌ها می‌دهد. سیگنال پراکنده شده اطلاعاتی در مورد توابع توزیع الکترون و حتی یون نیز می‌دهد تا بتوان دما و چگالی آن‌ها را اندازه‌گیری کرد. توان کل روی همی بسامدهای پراکنده شده تابعی از چگالی الکترون است [۴]:

$$n_{e0} = (P_s/P_i)/(Lr_0^2) \quad (1)$$

در رابطه‌ی ۱، L طول پراکندگی، $r_0 = 2.82 \times 10^{-13}$ cm شعاع کلاسیکی الکترون و n_{e0} چگالی الکترون است. در سال‌های اخیر، پراکندگی تامسون به وسیله‌ی کد هیدرودینامیکی مدوسا^۳ در پلاسماهای لیزری شبیه‌سازی شده است؛ تولید پرتو ایکس ناشی از پراکندگی تامسون با کدهای اسیریس^۴، اکی^۵ و جی پی آی سی^۶ شبیه‌سازی شده است. از

^۱Core Plasma Thomson Scattering

^۲MEDUSA Hydrocode

^۳OSIRIS

^۴CAIN

^۵JPIC



کد آسترا^۱ و کین^۲ ۲,۳۵ نیز به ترتیب برای شبیه‌سازی افزایش درخشش چشمه‌ی پرتو ایکس حاصل از پراکندگی تامسون و بهینه‌سازی آن استفاده شده است. سامانه‌ی استفاده از این نوع پراکندگی برای پارامترسنجی پلاسما در نیف^۳ نیز طراحی شده است و شبیه‌سازی آن به کمک کد هیدرودینامیکی هیدرا^۴ انجام شده است. همان طور که گفته شد ویژگی مهم روش پیک بیان آماری تابع توزیع گونه‌های موجود در پلاسما است. در پراکندگی تامسون غیرتجمعی، هر الکترون به صورت مستقل و بدون هیچ گونه ارتباطی با دیگر گونه‌ها یک سیگنال گسیل می‌کند، این مکانیزم برهم‌کنش در پراکندگی تامسون غیرتجمعی تردیدهایی درباره‌ی استفاده از روش پیک برای شبیه‌سازی آن ایجاد می‌کند. در این مقاله توانایی و اعتبار روش پیک در شبیه‌سازی این پدیده‌ی غیرتجمعی مورد بررسی قرار گرفته است.

مورد مطالعاتی:

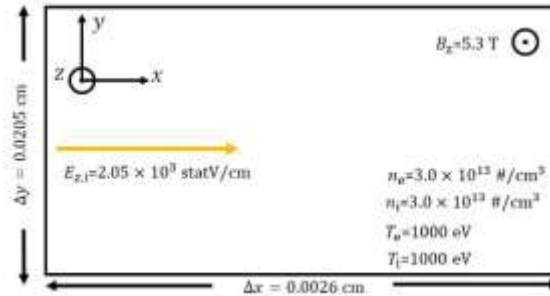
هدف ما در اینجا امکان‌سنجی روش پیک برای شبیه‌سازی پراکندگی تامسون در پلاسماهای گداخت است و پلاسمایی با پارامترهای ایترا را انتخاب می‌کنیم. برای برقراری شرط غیرنسبیتی بودن دمای الکترون را $T_e = 1000 \text{ eV}$ در نظر می‌گیریم و شبیه‌سازی را روی یک تیغه با چگالی الکترونی همگن $3.00 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ انجام می‌دهیم. چون بسامد لیزر فرودی مورد استفاده در پارامترسنجی به روش پراکندگی تامسون بالا است وجود و بزرگی میدان مغناطیسی هیچ تأثیری روی پراکندگی تامسون ندارد. برای شبیه‌سازی، میدان مغناطیسی چنبره‌ای را مانند ایترا $B_z = 5.3 \text{ T}$ در نظر می‌گیریم. یک پالس قطبیده‌ی Z که دارای طول موج، FWHM و شدتی به ترتیب برابر با $\lambda_i = 0.8 \mu\text{m}$ و 50.00 fs و $I_i = 5.00 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$ است مطابق شکل ۳ از سمت چپ به محیط شبیه‌سازی وارد می‌شود. از آنجا که $\lambda_{De} = 43 \mu\text{m}$ پراکندگی تامسون غیرتجمعی پدیده‌ی غالب است. با توجه به مقدار FWHM ، طول پراکندگی $L = 0.0015 \text{ cm}$ است.

^۱ASTRA

^۲CAIN2.35

^۳National Ignition Facility (NIF)

^۴Hydra

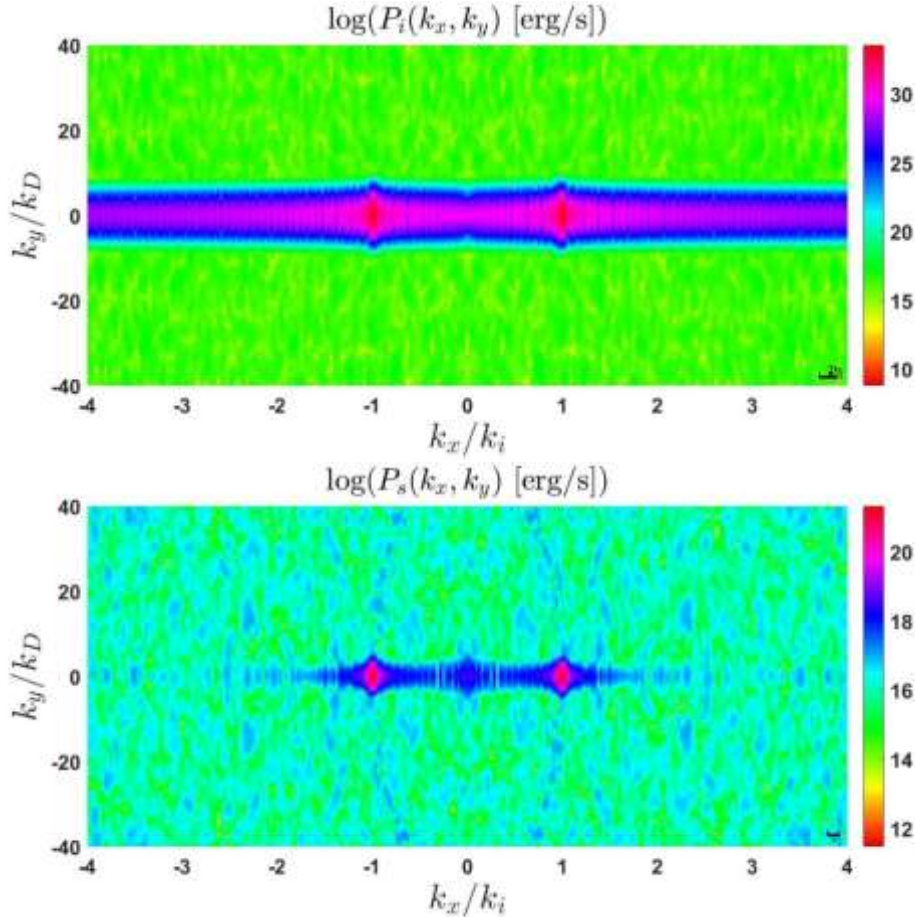


شکل (۳) هندسه‌ی تیغه‌ی پلاسمایی شبیه‌سازی شده.

روش کار:

در این بخش به چگونگی استفاده از کد آگزوپیک [۵] که بر مبنای روش پیک کار می‌کند در شبیه‌سازی پلاسمای ایترو برای اندازه‌گیری چگالی پرداخته شده است و اعتبار و دقت روش پیک تأیید شده است. آگزوپیک یک کد 2D/3V است و برای هندسه‌ی تیغه‌ای و استوانه‌ای به کار می‌رود. با استفاده از این کد می‌توان پلاسماهایی در گستره‌ی وسیعی از چگالی و دماهای مختلف را شبیه‌سازی کرد.

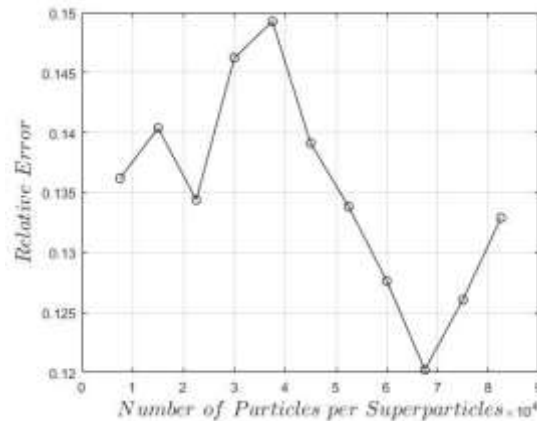
روش کار به این صورت است که پس از شبیه‌سازی عبور باریکه‌ی لیزری از درون تیغه‌ی پلاسمایی، میدان الکتریکی کل به دست می‌آید که متشکل از میدان‌های الکتریکی موج‌های فرودی و پراکنده است، طبق اصل برهم‌نهی با حذف سهم موج فرودی می‌توان میدان الکتریکی خالص پراکنده را یافت. موج پراکنده متشکل از E_x و E_y است اما نتایج شبیه‌سازی نشان داد $E_x/E_z \approx 0.01$ و $E_y/E_z \approx 0.005$ بنابراین فقط در نظر گرفتن E_z کفایت می‌کند. برای یافتن بسامد امواج فرودی و پراکنده، تحولات زمانی میدان‌های الکتریکی فرودی و پراکنده را روی خطی که از مرکز پالس فرودی و در راستای انتشار می‌گذرد و نیز روی خطی که در دهانه‌ی ورود لیزر و عمود بر راستای انتشار است به دست آوردیم. اما برای یافتن طیف بسامدها و بردارهای موج فرودی و پراکنده روی میدان الکتریکی فرودی و پراکنده در فضای (\mathbf{r}, t) تبدیل فوریه‌ی دوبعدی زدیم و این طیف را در فضای (\mathbf{k}, ω) به دست آوردیم. مرحله‌ی بعد یافتن چگالی طیفی توان فرودی و پراکنده است که این کار با توجه به رابطه‌ی بین میدان الکتریکی و توان $P(\mathbf{k}, \omega) = \frac{c}{4\pi} E(\mathbf{k}, \omega)^2$ صورت گرفت (شکل ۴).



شکل (۴) پروفایل چگالی طیفی توان امواج الف (فرودی و ب) پراکنده.

در این مقاله، شبیه‌سازی‌ها را برای ۱۱ مقدار متفاوت ذره به ازای هر ابر ذره (np2c) انجام دادیم که نتایج آن در نمودار شکل ۵ آمده است.

همانطور که شکل ۵ نشان می‌دهد کمترین خطا در ۶۷۵۰۰ ذره به ازای هر ابر ذره حاصل می‌شود. توان‌های فرودی و پراکنده برای $np2c = 67500$ به ترتیب به صورت شکل ۴ الف و ب نشان داده شده است.



شکل (۵) نمودار خطای نسبی بر حسب تعداد ذرات هر ابرذره.

نتایج:

از روی شکل ۴ می‌توان دریافت توان‌های فرودی و پراکنده به ترتیب $P_i = 1.36 \times 10^{41}$ erg/s و $P_s = 4.28 \times 10^{26}$ erg/s به عبارت دیگر $P_s/P_i \approx 3.14 \times 10^{-15}$ که در توافق خوبی با آنچه نظریه‌ی پراکندگی تامسون پیش‌بینی می‌کند $10^{-13} \leq P_s/P_i$ است. با مقایسه مقدار توان پراکنده‌ای که نظریه‌ی پراکندگی تامسون پیش‌بینی می‌کند با مقدار به دست آمده از شبیه‌سازی داریم:

$$\text{Relative Error} = \frac{|4.87 \times 10^{26} - 4.28 \times 10^{26}|}{4.87 \times 10^{26}} \times 100 \approx \%12$$

با جایگذاری P_s/P_i به دست آمده از شبیه‌سازی در رابطه‌ی ۱ مقدار چگالی $n_{e0} = 2.64 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ به دست می‌آید که با مقدار چگالی واقعی $n_{e0} = 3.00 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ اختلاف قابل قبولی دارد.

بحث و نتیجه گیری:

۱. روش پیک (کد اگزوپیک) برای شبیه‌سازی پراکندگی تامسون غیرتجمعی یک روش قابل اتکا محسوب می‌شود زیرا نتایج نشان‌دهنده‌ی خطای ۱۲٪ است. نتایج شبیه‌سازی در توافق خوبی با نظریه‌ی پراکندگی تامسون (معادله‌ی ۱) به‌سرمی‌برد.
۲. دقت پراکندگی تامسون به عنوان یک روش تشخیصی دقیق در پلاسما بار دیگر تأیید شد.
۳. به عنوان آخرین نتیجه می‌توان گفت لیزری با مشخصات پیشنهاد شده قابلیت استفاده در سامانه‌ی پراکندگی تامسون را دارد.



بیست و پنجمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۲۰۱ اسفندماه ۱۳۹۲ - دانشگاه آزاد اسلامی (واحد بوشهر)



مراجع:

- [1] J. P. Verboncoeur, "Particle simulation of plasmas: review and advances", *Plasma Physics and Controlled Fusion*, A231–A260, 2005.
- [2] M. Bassan et al, "Thomson scattering diagnostic systems in ITER", *17th International Symposium on Laser-Aided Plasma Diagnostics*, 2016, 1-22.
- [3] T.J. Dolan, *Fusion Research Principles, Experiments and Technology*, revised ed., Elsevier Science, 2013.
- [4] D.H. Froula, S.H. Glenzer, N.C. Luhmann Jr., J. Sheffield, *Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation: Theory and Measurement Techniques*, second ed., Elsevier Science, Amsterdam, 2011.
- [5] <https://ptsg.egr.msu.edu/>