محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته $^{6}_{3}Li$ با استفاده از خواص مغناطیسی ساختار کوارکی نوکلئون‌های آن

پیراحمدیان، محمد هادی* [۱] – قهرمانی، نادر [۲]

[۱] دانشگاه آزاد اسلامی واحد نی ریز، گروه علوم پایه

[۲]دانشگاه شیراز، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای

چکیده:

برای محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته در مدل کوارکی علاوه بر نوکلئون‌های هسته، کوارک‌های محتوایی نوکلئون‌ها نیز در نظر گرفته می‌شود. هسته $^{6}_{3}Li$ شامل سه پروتون و سه نوترون است که با توجه به کوارک‌های محتوایی آنها، یک سیستم هجده کوارکی را تشکیل می‌دهد. با در نظر گرفتن ویژگی طعم و اسپین کوارک‌ها و همه جایگشت های ممکن تابع موج این سیستم هجده کوارکی را می نویسیم و با اعمال عملگر گشتاور دوقطبی مغناطیسی روی تابع موج به دست آمده، گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته $^{6}_{3}Li$ به دست می‌آید. مقدار محاسبه شده برابر است با $0.868(2)\mu_N$ که قابل مقایسه با مقدار تجربی گشتاور دوقطبی هسته لیتیوم-٦ $0.822(3)\mu_N$ و مقدار محاسبه شده از مدل لایه‌ای است.

کلمات کلیدی: *مدل کوارکی، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، هسته لیتیوم.*

Calculation of $^{6}_{3}$Li nucleus magnetic dipole moment via Quark Constituents

[1]Pirahmadian, M.H. [2]Ghahramany, N.

[1]Department of Science, Neyriz Branch, Islamic Azad University, Neyriz, Iran

[2]Department of physics and Biruni observatory, Shiraz University, Shiraz, Iran

Abstract

For calculation of nuclear magnetic dipole moment in quark model, nucleon's structure is considered in terms of its constituent quark structure. Nucleus of $^{6}_{3}Li$ consists of three neutron and there protons, which forms eighteen quark system depending to quark contents. With considering spins and flavors, we are calculated all possible permutations of wave function for this eighteen quark system. Then by acting the magnetic dipole moment operator on the obtained wave function, the magnetic dipole moment of $^{6}_{3}Li$ is determined. The result of our calculation is in good agreement with the experimental value, as compared to shell model value.

Keywords: *Quark model, Magnetic dipole moment, lithium-6.*

مقدمه :

بررسی نیروهای هسته‌ای یکی از اهداف مهم فیزیکدانان هسته‌ای است. یکی از پارامترهای مهمی که در شناخت بهتر نیروهای هسته‌ای مورد توجه قرار گرفته است، گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌ها است. مدل های مختلفی برای

محاسبه گشتاور دوقطبی هسته ها مورد استفاده قرار می‌گیرد که می‌توان به مدل لایه‌ای هسته ، مدل کرومودینامیک کوانتومی شبکه‌ای و مدل کوارکی هسته اشاره کرد. در مدل کوارکی علاوه بر در نظر گرفتن نوکلئون‌های هسته، کوارک های محتوایی نوکلئون‌ها نیز در نظر گرفته می شود. بنابر مدل کوارکی، نوکلئونهای هسته شامل یک سیستم مقید از سه کوارک با طعم بالا (up) و پایین (down) با ویژگی‌های کوانتومی مختص خودش است. هر کوارک اسپین، بارالکتریکی، جرم لخت و جرم موثر در ساختار باریونی دارد[۱]. با بررسی خواص مغناطیسی کوارک‌های سازنده هر نوکلئون، می‌توان خواص مغناطیسی نوکلئون را نیز مورد بررسی قرار داد. نسبت گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوترون به پروتون با استفاده از مدل کوارکی هسته برابر می‌شود با $\mu_n/\mu_p = -2/3$ که در مقایسه با مقدار تجربی آن $(\mu_n/\mu_p)_{exp} = -0.685$ دارای تطابق خوبی است.

با استفاده از مدل کوارکی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌های سبک دوترون[۲]، تریتیوم[۳] و هلیوم-۳ [٤] محاسبه شده است که مقدارهای به دست آمده قابل مقایسه با نتایج تجربی و مقادیر به دست آمده از مدل‌های دیگر است. همچنین فرمول جدید انرژی بستگی هسته[۵] و اعداد جادویی هسته‌ها[٦] با استفاده از این مدل به دست آمده است. پراکندگی نوترون – دوترون با توجه به برهمکنش کوارک‌ها در مدل کوارکی مورد بررسی قرار گرفته است[۷]. ویژگی‌های هسته‌ای ساختار شش کوارکی هسته دوترون در انرژی های پایین با در نظر گرفتن برهمکنش رنگی کوارک‌ها در مدل کوارکی غیرنسبیتی بیان شده است[۸].

روش کار :

با توجه به طعم کوارک‌های محتوایی پروتون و نوترون که از سه کوارک تشکیل شده‌اند، ساختار باریونی آنها را می‌توان بر حسب ویژگی‌های کوانتومی اسپین، رنگ و طعم کوارک‌ها بیان کرد. توزیع آماری کوارک‌ها فرمیونی است؛ بنابراین تابع موج آنها پادمتقارن است.

$$|\psi_{Baryon}\rangle = |\psi_{Space}\rangle|\psi_{Color}\rangle|\psi_{Flavor}\rangle|\psi_{Spin}\rangle \quad (۱)$$

قسمت فضایی تابع موج در مدل کوارکی غیرنسبیتی متقارن است. جمله رنگ تابع موج با توجه به ساختار بدون رنگ باریون‌ها پاد متقارن است[۹]. بنابراین حاصل ضرب تابع موج اسپین و طعم باید متقارن باشد.

برای قسمت طعم تابع موج، با توجه به این نکته که نوکلئون‌های هسته از دو کوارک u و d تشکیل شده‌اند، می‌توان آنها را به شکل ایزواسپین دوگانه، با ایزواسپین کل $I = \frac{1}{2}$ و مولفه سوم $I_3 = \pm\frac{1}{2}$ بررسی کرد. با در نظر گرفتن طعم کوارک‌های سازنده نوکلئون‌ها به صورت $u = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = |\frac{1}{2},+\frac{1}{2}\rangle$ و $d = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle$ و استفاده از عملگرهای نردبانی ایزواسپین می توان

حالت‌های مختلف از سه کوارک نوکلئون را به د ست آورد. بنابراین تابع موج پروتون و نوترون با ا سپین $+\frac{1}{2}$ که با نماد $\uparrow$ نشان می‌دهیم را برحسب ساختار کوارکی آنها به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$|P\ \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}}\begin{bmatrix} 2|\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\rangle - |\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\rangle - |\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\rangle + \\ 2|\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\rangle - |\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\rangle - |\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\rangle + \\ 2|\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\rangle - |\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\rangle - |\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\downarrow \end{bmatrix} \tag{۲}$$

$$|n\ \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}}\begin{bmatrix} 2|\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\rangle - |\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\rangle - |\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\rangle + \\ 2|\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\rangle - |\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\rangle - |\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\rangle + \\ 2|\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\rangle - |\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\rangle - |\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\downarrow \end{bmatrix} \tag{۳}$$

در رابطه‌های فوق نماد $\uparrow$ بیانگر کوارک با اسپین بالا و نماد $\downarrow$ بیانگر کوارک با اسپین پایین است. هر جمله دارای برچسب رنگ برای سه کوارک به صورت $\mathrm{uud} \equiv \mathrm{u}(1)\mathrm{u}(2)\mathrm{d}(3)$ است.

هسته لیتیوم یک ساختار شش نوکلئونی است و اسپین آن یک است. در نتیجه نوکلئونهای آن باید به گونه‌ای کنار هم قرار بگیرند که اسپین هسته یک شود و تابع موج پادمتقارن گردد. بنابر اصل طرد پائولی، دو پروتون و دو نوترون در هسته لیتیوم دارای اسپین مخالف هم و اسپین پروتون و نوترون سوم باید $+\frac{1}{2}$ است. بنابراین تابع موج پادمتقارن لیتیوم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\Psi({}^6_3Li)\rangle = \frac{1}{\sqrt{6!}}\begin{vmatrix} |n\uparrow\rangle & |n\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle \\ |n\downarrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle \\ |n\uparrow\rangle & |n\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle \\ |n\downarrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle \\ |n\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle & |n\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle \\ |n\uparrow\rangle & |n\uparrow\rangle & |p\downarrow\rangle & |n\downarrow\rangle & |p\uparrow\rangle & |p\uparrow\rangle \end{vmatrix} \tag{٤}$$

با توجه به ساختار کوارکی پروتون که از دو کوارک بالا(up) و یک کوارک پایین$(down)$ تشکیل شده است؛ و همچنین ساختار کوارکی نوترون که از دو کوارک پایین$(down)$ و یک کوارک بالا(up) تشکیل شده است، هسته لیتیوم یک ساختار مقید ۱۸ کوارکی ا ست. برای نو شتن تابع موج لیتیوم باید همه جایگ شت‌های ممکن کوارک‌ها را در نظر گرفت.

با در نظر گرفتن تمام جایگشت های ممکن بین نوکلئون‌های سازنده هسته لیتیوم، تابع موج کوارکی هسته لیتیوم با توجه به ساختار باریونی آن را می‌نویسیم. چند جمله از این تابع موج در زیر آمده است:

$$|\Psi({}^6_3Li)\rangle = \frac{1}{(18)^3}\{4(16\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow \tag{٥}$$
$$\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow -4\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\downarrow$$
$$\mathrm{d}\uparrow -4\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow +16\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow$$
$$\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow -4\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow$$
$$\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow -4\mathrm{u}\uparrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{d}\uparrow\mathrm{u}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{d}\downarrow\mathrm{u}\uparrow$$

$u\downarrow d\uparrow u\uparrow +16u\uparrow u\uparrow d\downarrow u\downarrow u\downarrow d\uparrow u\downarrow d\uparrow d\uparrow d\uparrow d\uparrow u\downarrow d\downarrow d\downarrow u\uparrow d\downarrow u\uparrow u\uparrow -4u\uparrow$
$u\uparrow d\downarrow u\downarrow u\downarrow d\uparrow u\uparrow d\downarrow d\uparrow d\uparrow d\uparrow u\downarrow d\downarrow d\downarrow u\uparrow d\uparrow d\downarrow u\uparrow -4u\uparrow u\uparrow d\downarrow u\downarrow u\downarrow d\uparrow u\uparrow$
$d\uparrow d\downarrow d\uparrow d\uparrow u\downarrow d\downarrow d\downarrow u\uparrow d\uparrow u\uparrow u\downarrow +\text{permut.}\}$

ضرایب جملات از ضرب تابع موج کوارکی پروتون و نوترون (روابط ۲ و ۳) به دست می‌آید.

با نوشتن تابع موج هسته لیتیوم بر حسب ساختار باریونی آن، می‌توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی آنرا محاسبه نمود. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر باریون با توجه به تابع موج آن که برحسب اعداد کوانتومی رابطه (۱) ساخته می‌شود $|b\rangle$ ، از محاسبه مولفه z ویژه مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی باریون به دست می‌آید[۱].

$$\mu_b = \langle b|\sum_i \mu_q(i)\vec{\sigma}_z(i)\,|b\rangle \qquad (٦)$$

که $\mu_q(i)$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر یک از کوارک‌ها در ساختار باریونی است و $\vec{\sigma}(i)$ عملگر اسپین هر یک از کوارک‌ها می‌باشد. بنابراین گشتاور دوقطبی مغناطیسی لیتیوم به صورت جمع برداری گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر یک از جملات تابع موج لیتیوم می‌باشد که وابسته به طعم و جهت گیری اسپینی کوارک‌ها است.

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 + \vec{\mu}_4 + \vec{\mu}_5 + \vec{\mu}_6 + \vec{\mu}_7 + \vec{\mu}_8 + \vec{\mu}_9 + \vec{\mu}_{10} + \vec{\mu}_{11} + \vec{\mu}_{12} + \vec{\mu}_{13} + \vec{\mu}_{14} + \vec{\mu}_{15} + \vec{\mu}_{16} + \vec{\mu}_{17} + \vec{\mu}_{18} \qquad (٧)$$

بار الکتریکی کوارک u برابر $+\frac{2}{3}$ و بار الکتریکی کوارک d برابر $-\frac{1}{3}$ است. در نتیجه گشتاور دوقطبی مغناطیسی کوارک‌های u و d را برحسب مگنتون هسته μ_N می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mu_u = \frac{2}{3}\frac{e\hbar}{2m_uC} = \frac{2}{3}\frac{m_p}{m_u}\frac{e\hbar}{2m_pC} = \frac{2m_p}{3m_u}\mu_N \quad \text{و} \quad \mu_d = -\frac{1}{3}\frac{e\hbar}{2m_dC} = \frac{-1}{3}\frac{m_p}{m_d}\frac{e\hbar}{2m_pC} = \frac{-m_p}{3m_d}\mu_N \qquad (٨)$$

با توجه به مقدار جرم پروتون و جرم موثر کوارک‌های u و d [۱۰] مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی ${}^6_3Li$ را محاسبه می‌کنیم.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته لیتیوم-٦ را با استفاده از مدل لایه‌ای نیز می‌توان محاسبه کرد[۱۱]. با توجه به اسپین و پریتی این هسته $I^\pi = 1^+$ ، مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن از جمع گشتاور دوقطبی مغناطیسی پروتون و نوترون جفت نشده در هسته به دست می‌آید. با توجه به مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی پروتون $\mu_p = (2.79)\mu_N$ و گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوترون $\mu_n = (-1.91)\mu_N$ نتیجه می‌شود:

$$\mu({}^6_3Li)_{S.M.} = \mu_p + \mu_n = (0.88)\mu_N \qquad (٩)$$

بحث ونتیجه گیری :

مقدار گشتاور مغناطیسی هسته لیتیوم-٦ در مدل کوارکی با اعمال عملگر گشتاور دوقطبی مغناطیسی روی تابع موج کوارکی به دست آمده؛ محاسبه شده است. مقدار به دست آمده از مدل کوارکی $\mu(^6_3Li)_{Q.M.} = (0.868(2))\mu_N$ است که قابل مقایسه با مقدار تجربی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته لیتیوم-٦ $\mu(^6_3Li) = (0.822(3))\mu_N$ [۱۲] و مقدار به دست آمده از مدل لایه ای $\mu(^6_3Li)_{S.M.} = (0.88)\mu_N$ است. بنابراین می‌توان تاکید کرد که ویژگی‌های هسته‌های سبک تا حد زیادی ناشی از ویژگی‌های کوارک‌های محتوایی نوکلئون‌های آن است.

مراجع :

[1] D. J. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, John Wiley and Sons, New York, (2008).
[2] N. Ghahramany, and E. Yazdankish, Commun. Theor. Phys., 59, 579, (2013).
[3] M.H. Pirahmadian, N. Ghahramany, Results in Phys., 7:2771–2774, (2017).
[4] M.H. Pirahmadian, N. Ghahramany, Iran J. Sci. Technol Trans. Sci., (2018).
[5] N. Ghahramany, Sh. Gharaati, and M. Ghanaatian, Phys. of Elementary Particles and Atomic Nuclei Theory 8, 97, (2011).
[6] N. Ghahramany, H. Hora, G.H. Miley, M. Ghanaatian, M.Hooshmand, K. Philbert, and F. Osman, Phys. Essay21, 3, (2008).
[7] Y. Fujiwara, K. Fukukawa *Progress of Theor Phys.*, 124: 433–469, (2010).
[8] K. Maltman, N. Isgur, Phys. Rev. Lett., 50(23), (1983).
[9] S. Gasiorowicz, JL. Rosner, Am. J. Phys., 49, (1981).
[10] F. Halzen, AD. Martin , Quarks & Leptons. New York: John Wiley and Sons; (1984).
[11] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, John Wiely & Sons, New York (1988)

[12] D. Borremans, et al, phys. Rev. C 72, 044309, (2005).