



تعریف توابع هدف به منظور بهینه‌سازی عملکرد جدایش ماشین سانتریفیوژ گازی

فردکاشانی، محمدرضا^(۱) - رفیعی، وحید^(۱) - شادمان، محمدمهدی^(۱) - صفدری، سید جابر*^(۲) - امینی، الهام^(۱) - ملاح، محمدحسن^(۲)

(۱) شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران

(۲) سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده چرخه سوخت

چکیده:

هدف از بهینه‌سازی، انتخاب بهترین پاسخ از میان تمام پاسخ‌های قابل قبول، با توجه به محدودیت‌ها و خواسته‌های مسئله است. تابع هدف، هدف و مسیر بهینه‌سازی را تعیین می‌کند. اگر این تابع درست انتخاب یا تعریف نشود، ممکن است راه‌حلی برای مسئله پیدا نشود و یا مسئله به اشتباه بهینه شود. در این مقاله، ابتدا خواسته‌های مد نظر در مسئله بهینه‌سازی عملکرد جدایش ماشین سانتریفیوژ گازی در یک زنجیره متقارن ایده‌آل بیان شده است و سپس در ادامه، با توجه به خواسته‌های مورد انتظار، توابع هدفی به صورت ریاضی تعریف گردیده است.

کلید واژه‌ها: سانتریفیوژ گازی، بهینه‌سازی، تابع هدف، زنجیره متقارن

Definition of objective functions for optimization of separation performance of gas centrifuge

Farde Kashani, Mohammad Reza¹; Rafiei, Vahid¹; Shadman, Mohammad Mahdi¹; Safdari, Jaber²; Amini, Elham¹; Mallah, Mohammad H²;

¹ Advanced Technologies Company of Iran

² Materials and Nuclear Fuel Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute,

Abstract:

The purpose of optimization is to select best answer among all acceptable responses, considering the limitations and the demands of the problem. The objective function determines the purpose and path of optimization. If this function is not correctly selected or defined, a solution to the problem may not be found or the problem is wrongly optimized. In this paper, firstly, the desired demands in the problem of the separation of the gas centrifuge machine have been presented in an ideal symmetric cascade, and then, according to the expected demands, the objective functions have been mathematically defined.

Keywords: Gas centrifuge, Optimization, Objective function, Symmetric cascade



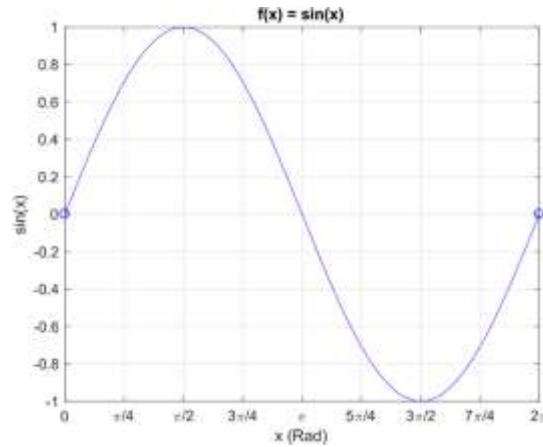
مقدمه:

فارغ از نوع الگوریتم مورد استفاده در مسائل بهینه‌سازی، تابع هدف یکی از مهم‌ترین کمیت‌هایی است که در هر الگوریتم با توجه به خواسته‌های مسئله لازم است که تعریف شود. در واقع مقدار تابع هدف نحوه جهت‌گیری الگوریتم را پس از هر بار تکرار و استخراج مقادیر بهینه، تعیین می‌کند [۱]. تعریف تابع هدف به صورت ریاضی از خواسته‌های مفهومی یک مسئله، یکی دیگر از مهارت‌های فرد بهینه‌ساز است. با توجه به آن‌که تابع هدف وابسته به مسئله است، برای هر مسئله خاص، تابع هدف مختص به همان مسئله نیاز است. نکته‌ای که لازم است به آن دقت شود آن است که تعریف تابع هدف اشتباه می‌تواند مسیر بهینه‌سازی را به کلی عوض نماید و پاسخ‌هایی از بهینه‌سازی به دست آید که اصلاً قابل قبول نباشد. نکته‌ی دیگر آن‌که تعریف تابع هدف، می‌تواند به شدت در سرعت همگرایی الگوریتم بهینه‌سازی اثرگذار باشد به بیان دیگر دو تابع هدف مختلف ممکن است در نهایت به مقادیر بهینه مسئله منتج شوند اما یک‌بار با تعداد تکرار کمتر و در نتیجه با سرعت بیش‌تر و یک‌بار با تعداد تکرار بسیار بیشتر و در نتیجه سرعت کمتر (در یک الگوریتم بهینه‌سازی مشترک و با تعداد جمعیت برابر). بدیهی است که مطلوب، رسیدن به مقادیر بهینه، با کمترین تعداد تکرار و با بیش‌ترین سرعت می‌باشد [۲،۳].

به عنوان مثال مینیمم‌سازی تابع $f(x) = \sin(x)$ در بازه $0 < x < 2\pi$ با سه تابع هدف مختلف (رابطه ۱) مورد بررسی قرار داده شده است:

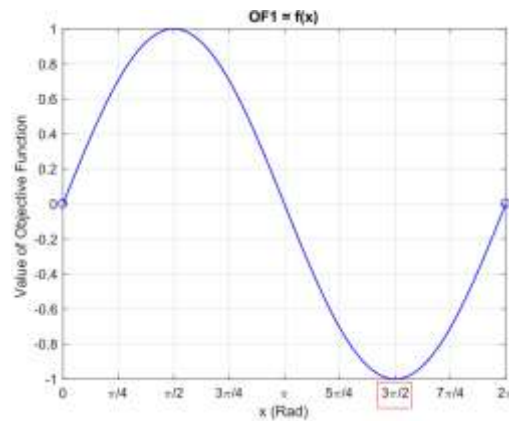
$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(x) &= \sin(x) \\ 0 < x < 2\pi \\ OF_1 &= f \\ OF_2 &= -f \\ OF_3 &= |f| \end{aligned} \tag{1}$$

روند تغییرات تابع سینوس در بازه مسئله در شکل (۱) نشان داده شده است.

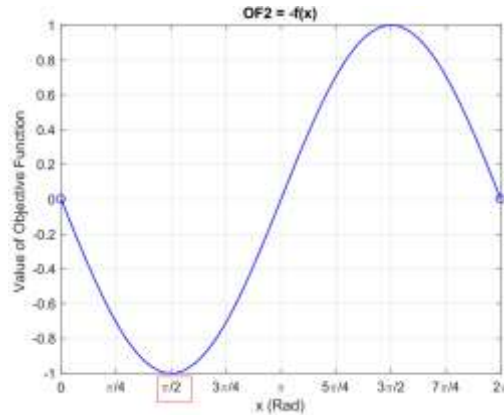


شکل (۱) نمودار تابع $\sin(x)$

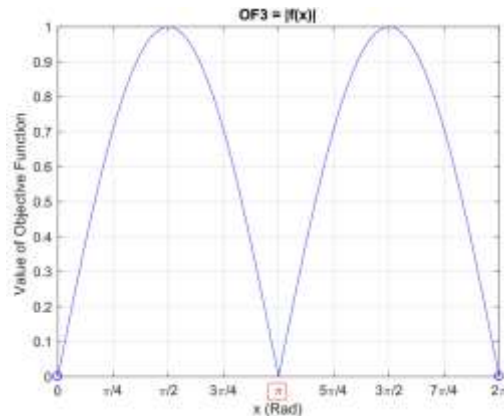
نمودار مقادیر تابع هدف ۱ تا ۳ در شکل ۲ تا شکل ۵ نشان داده شده است. مشاهده می شود با توجه به آنکه مسئله از جنس مینیمم سازی است، به ازای تابع هدف شماره ۱، مقدار بهینه $x = \frac{3\pi}{2}$ ، به ازای تابع هدف شماره ۲، مقدار بهینه $x = \frac{\pi}{2}$ و به ازای تابع هدف شماره ۳، مقدار بهینه $x = \pi$ به دست می آید.



شکل (۲) مقادیر تابع هدف شماره ۱ در بازه تغییرات مسئله



شکل (۳) مقادیر تابع هدف شماره ۲ در بازه تغییرات مسئله



شکل (۴) مقادیر تابع هدف شماره ۳ در بازه تغییرات مسئله

در اینجا، به ازای یک مسئله بهینه‌سازی (مسئله بهینه‌سازی هیچ تغییری نکرده است)، به ازای ۳ تابع هدف مختلف، سه مقدار بهینه مختلف به دست آمده است که به صورت کاملاً واضح، نقش تابع هدف در مسئله بهینه‌سازی را مشخص می‌نماید.

تعریف ریاضی تابع هدف با توجه به خواسته‌های مورد انتظار برای ماشین سانتریفیوژ

در حالات کلی در مسئله بهینه‌سازی عملکرد ماشین سانتریفیوژ به منظور استفاده در یک زنجیره ایده‌آل متقارن، خواسته‌های مسئله سه عنوان کلی به شرح زیر، هستند



۱- ارضای شرط حالت ایده‌آل (تساوی ضریب غنی‌سازی و تهی‌سازی به دلیل استفاده از ماشین سانتریفیوژ در زنجیره متقارن ایده‌آل)

۲- بیشینه بودن ضریب جداسازی، ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی

۳- بیشینه بودن توان جداسازی

واضح است خواسته شماره ۱، در واقع یک قید برای مسئله می‌باشد؛ که با توجه به پیچیدگی‌های مسائل بهینه‌سازی مقید؛ سعی شده است که این قید با استفاده از روش جریمه به صورت ساده‌تر در تابع هدف وارد شود.

مجموعه‌ای از روابط تابع هدف در یک مسئله کمینه‌سازی با در نظر گرفتن سه خواسته فوق، در قالب روابط (۲) تا (۱۰) ارائه شده است.

$$OF = W_1 \left(\frac{\delta U_{Dirac} - \delta U}{\delta U_{Dirac}} \right) + W_2 \left(\frac{|\beta - \gamma|}{|\beta - 1| * |\gamma - 1|} \right) \quad (2)$$

$$OF = W_1 \left(\frac{\delta U_{Dirac} - \delta U}{\delta U_{Dirac}} \right) + W_2 \left(\frac{|\beta - \gamma|}{|\beta - 1| * |\gamma - 1| * \beta * \gamma} \right) \quad (3)$$

$$OF = (\delta U_{Dirac} - \delta U) \left(\frac{1 + |\beta - \gamma|}{|\beta - 1| * |\gamma - 1|} \right) \quad (4)$$

$$OF = \left(\frac{\delta U_{Dirac} - \delta U}{\delta U} \right) \left(\frac{1 + |\beta - \gamma|}{|\beta - 1| * |\gamma - 1|} \right) \quad (5)$$

$$OF = \frac{(\delta U_{Dirac} - \delta U)(1 + |\beta - \gamma|)}{|\beta - 1| * |\gamma - 1|} \quad (6)$$

$$OF = \left(\frac{\delta U_{Dirac} - \delta U}{\delta U} \right) * \text{Exp}(100 * |\beta - \gamma|) \quad (7)$$

$$OF = (\delta U_{Dirac} - \delta U) * \text{Exp}(100 * |\beta - \gamma|) \quad (8)$$

$$OF = \frac{(\delta U_{Dirac} - \delta U)}{\delta U} + (\text{Exp}(\text{Max}[0, (|\beta - \gamma| - 10^{-4}) * 10^4]) - 1) \quad (9)$$

$$OF = \frac{(\delta U_{Dirac} - \delta U)}{\delta U} + ((1 + \text{Max}[0, (|\beta - \gamma| - 10^{-4}) * 10^4])^3 - 1) \quad (10)$$



در مجموعه روابط فوق، β ضریب غنی سازی، γ ضریب تهی سازی، δU توان جدا سازی (بر اساس رابطه تابع ارزش یا رابطه وود)، δU_{Dirac} توان جدا سازی دیراک (بیشینه توان جدا سازی یک ماشین سانتریفیوژ با طول و سرعت خطی معین) و OF تابع هدف است. در معادلات (۲) و (۳)، W_1 و W_2 ضرایب وزنی قابل تنظیم می‌باشند که با توجه به شرایط حاکم بر مسئله، به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که مقادیر ترم‌های اول و دوم تقریباً هم‌مرتبه شوند. در واقع در صورتی که ترم‌های اول و دوم هم‌مرتبه نباشند، ترمی که از مرتبه‌ی بالاتر باشد، اهمیت بیشتری پیدا کرده و مسئله بیشتر به سمت کمینه‌سازی آن ترم پیش می‌رود. به‌عنوان مثال در معادله (۱) در صورتی که مقدار $W_1 \left(\frac{\delta U_{Dirac} - \delta U}{\delta U_{Dirac}} \right)$ خیلی بیش‌تر از مقدار $W_2 \left(\frac{|\beta - \gamma|}{|\beta - 1| * |\gamma - 1|} \right)$ باشد، مسئله به سمتی پیش می‌رود که بیشترین مقدار ممکن برای δU حاصل شود، در صورتی که شرط ایده‌آل بودن ($\beta = \gamma$) ممکن است با دقت مناسب ارضا نشود. به صورت مشابه، عدد ۱۰۰ در روابط (۷) و (۸)، عدد ۱۰۰۰۰ در رابطه (۹) و عدد ۱۰۰۰ و ۳ در رابطه (۱۰)، نقش ضرایب وزنی را دارند که می‌توان با تغییر آن‌ها به تابع هدف دلخواه رسید.

در معادله (۲)، هدف از تعریف ترم اول سمت راست این است که مقدار δU تا حد ممکن به بیشینه توان جداسازی که همان توان جداسازی دیراک است، نزدیک شود؛ که این موضوع منجر به کوچک‌تر شدن مقدار تابع هدف نیز می‌گردد که هم‌جهت با مسئله (با توجه به آن‌که مسئله، کمینه‌سازی در نظر گرفته شده است) نیز می‌باشد؛ لذا روند الگوریتم به گونه‌ای پیش خواهد رفت که تا حد ممکن مقدار توان جداسازی به توان جداسازی دیراک نزدیک شود. هدف از تعریف ترم دوم سمت راست در این معادله این است که با توجه به وجود ترم $|\beta - \gamma|$ در صورت کسر، مسئله تا حد ممکن به سمت تساوی β و γ پیش رود تا مقدار تابع ارزش به صفر نزدیک گردد. از طرف دیگر، یکی از خواسته‌های مدنظر آن است که β و γ علاوه بر برابری با یکدیگر، تا حد ممکن بزرگ و به دور از عدد یک باشند. ($\beta = \gamma = 1$ به معنای آن است که هیچ‌گونه جداسازی انجام نشده است). وجود عبارت $* |\beta - 1|$ در مخرج ترم دوم معادله تابع ارزش سبب می‌شود که جهت‌گیری مسئله بهینه‌سازی به سمتی برود که β و γ تا حد ممکن بزرگ شوند و علی‌الخصوص از مقدار یک، دور گردند. یک بودن هر یک از دو کمیت، سبب می‌شود که تابع ارزش بی‌نهایت شود و در نتیجه الگوریتم از این پاسخ فاصله گیرد و به سمت سایر پاسخ‌های ممکن برود.

در معادله (۳) ترم اول سمت راست دقیقاً مشابه ترم اول سمت راست معادله (۲) است که دلایل تعریف آن بیان گردید. ترم دوم معادله (۳) نسبت به معادله (۲)، عبارت $\gamma * \beta$ را در مخرج کسر اضافه‌تر دارد، که علت آن بیش‌تر



کردن نقش بزرگ بودن β و γ در تابع ارزش است. در معادلات (۴) و (۵) تابع ارزش به فرم یک تابع توانی (شامل پایه و توان) تعریف شده است. در پایه این دو رابطه، خواسته‌های مربوط به توان جدا سازی منظور شده است به گونه‌ای که در هر دو معادله، افزایش توان جدا سازی منجر به کاهش مقدار تابع ارزش می شود. توان این دو رابطه کاملاً مشابه یکدیگر بوده و خواسته‌های مربوط به ضرایب غنی سازی و تهی سازی در آن گنجانده شده است. جهت یادآوری ذکر می گردد در صورتی که مقدار توان یک عبارت برابر با صفر باشد، صرف نظر از مقدار پایه، حاصل عبارت همواره برابر با یک می شود، که اگر در مسئله حاضر، این اتفاق رخ دهد، خواسته مربوط به پایه، یعنی بزرگ بودن تابع ارزش تا حد ممکن؛ محقق نخواهد شد. به همین جهت عبارت توان به صورت حاصل جمع عدد یک با عبارتی مثبت تعریف شده است تا این مشکل اتفاق نیفتد. همچنین، در صورتی که اهمیت بزرگ بودن β و γ زیاد باشد، توان این دو معادله را می توان به فرم $\left(\frac{1+|\beta-\gamma|}{|\beta-1|*|\gamma-1|*\beta*\gamma}\right)$ تعریف نمود، تا این اثر بیشتر مورد توجه قرار گیرد.

در معادله (۶) تابع ارزش به فرم یک عبارت کسری بیان شده است. صورت کسر با هدف بیشینه شدن توان جداسازی و برابری β و γ ، و مخرج کسر با هدف بیشینه شدن β و γ و البته حداکثر فاصله از مقدار یک، تعریف شده است. معادلات (۷) و (۸) به صورت حاصل ضرب یک عبارت در عبارتی نمایی تعریف شده اند. نقش عبارت اول واضح است (با بزرگ شدن مقدار توان جداسازی، تابع هدف کاهش می یابد). نقش عبارت نمایی مرتبط با ضرایب β و γ است و در واقع بدین منظور تعریف شده است که نقش یک تابع جریمه را داشته باشد. در این مورد، هر چه شرط برابری β و γ کمتر ارضا شده باشد، مقدار عبارت و در نتیجه تابع ارزش بزرگ تر می شود. در واقع نحوه تعریف تابع جریمه باید به گونه ای باشد، که به شدت نسبت به نقض قید مسئله حساس باشد و در صورت نقض قید، تابع ارزش را به شدت افزایش دهد.

اما حالت کامل تر تعریف تابع جریمه زمانی است که علاوه بر آن که نسبت به نقض قید مسئله حساس است، در صورت ارضای قید نیز، دیگر تأثیری در مسئله و مقدار تابع ارزش نداشته باشد، که این نکته در معادلات (۹) و (۱۰) اعمال شده است. در معادلات (۹) و (۱۰)، تابع ارزش به صورت حاصل جمع دو ترم تعریف شده است. ترم دوم، همان تابع جریمه است که در صورتی که قید برابری β و γ نقض شود، مقدار تابع ارزش را افزایش می دهد (هر چه مقدار اختلاف β و γ بیش تر باشد، مقدار تابع ارزش نیز بیش تر افزایش می یابد) و از طرف دیگر در صورتی که اختلاف β و γ از مقدار مورد نظر کمتر شود (در اینجا مقدار معیار 10^{-4} در نظر گرفته شده است)،



این ترم ارزش خود را از دست می‌دهد و همواره مقدار ثابتی می‌شود به بیان دیگر با توجه به نحوه تعریف تابع جریمه، در صورتی که مقدار اختلاف β و γ برابر 10^{-6} یا 10^{-5} باشد، در هر دو حالت مقدار تابع جریمه برابر صفر خواهد بود و تنها ترم اثرگذار در تابع ارزش، ترم اول خواهد بود. در این دو معادله، تابع جریمه، به صورت توابع نمایی و توانی تعریف شده است، که تفاوت آن‌ها تنها در روند افزایش مقدار جریمه می‌باشد. باید دقت داشت، که توابع هدف تنها محدود به موارد بیان شده نمی‌باشند و با توجه به توضیحات ارائه شده، می‌توان توابع هدف دیگری که خواسته‌های مسئله را برآورد نماید، تعریف نمود. همچنین، ممکن است که یک تابع هدف برای یک نوع ماشین سانتریفیوژ مناسب باشد و یک تابع هدف دیگر، برای یک نوع ماشین سانتریفیوژ دیگر. به عنوان مثال با تغییر ابعاد ماشین، جهت داشتن یک تابع هدف مناسب، نیاز است که ضرایب وزنی تعریف شده در توابع هدف، متناسب با مسئله، تغییر کند.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ابتدا در قالب یه مثال، نقش تابع هدف در تعیین مقادیر بهینه، بررسی گردید. در ادامه، خواسته‌های مورد انتظار در بهینه‌سازی عملکرد ماشین سانتریفیوژ به منظور استفاده در یک زنجیره ایده‌آل بیان شد. در نهایت نیز، این خواسته‌های مورد انتظار، در قالب توابع هدف مختلف بر مبنای روابط ریاضی، ارائه گردید.

مراجع

- [1] X. S. Yang, "A new metaheuristic bat-inspired algorithm, Nature inspired cooperative strategies for optimization," Springer Berlin Heidelberg, pp. 65-74, 2010.
- [2] S. Mirjalili and A. Lewis, "Grey Wolf Optimizer," Advances in Engineering Software, vol. 69, pp. 46-61, 2014.
- [3] S. Mirjalili, "SCA: A Sine Cosine Algorithm for solving optimization problems," Knowledge-Based Systems, vol. 96, pp. 120-133, 2016.