



بررسی شرط حالت ایده‌آل برای ماشین سانتریفیوژ گازی

فردکاشانی^(۱)، محمدرضا^(۱) - رفیعی، وحید^(۱) - شادمان، محمدمهدی^(۱) - صفدری، سید جابر*^(۲) -

امینی، الهام^(۱) - ملاح، محمدحسن^(۲)

(۱) شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران

(۲) سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده مواد و سوخت هسته‌ای

چکیده:

زنجیره ایده‌آل زنجیره‌ای است که در محل اختلاط جریان‌های مختلف با یکدیگر، ترکیب درصد جریان‌ها کاملاً برابر هم باشد. به منظور استفاده از ماشین سانتریفیوژ در زنجیره‌های ایده‌آل و اجتناب از اختلاط جریان‌های با غنای متفاوت، نیاز است که شرط حالت ایده‌آل در ماشین نیز اعمال گردد. در یک زنجیره ایده‌آل p -up, q -down نتیجه شرط ایده‌آل بودن زنجیره به فرم $\beta_{stage}^q = \gamma_{stage}^p$ بیان می‌شود. برای ماشین سانتریفیوژی که قرار است در یک زنجیره ایده‌آل p -up, q -down استفاده شود، لازم است که $\beta_{centrifuge}^q = \gamma_{centrifuge}^p$ برقرار باشد. در این مقاله به بررسی و تحلیل اثر شرط حالت ایده‌آل برای ماشین سانتریفیوژی که در زنجیره ایده‌آل نصب شده، پرداخته می‌شود.

کلید واژه‌ها: سانتریفیوژ گازی، زنجیره ایده‌آل متقارن، شرط حالت ایده‌آل، زنجیره ایده‌آل p -up, q -down

Examination of ideality condition for a gas centrifuge

Rafiei, Vahid¹; Farde Kashani, Mohammad Reza¹; Shadman, Mohammad Mahdi¹; Safdari, Jaber²;
Amini, Elham¹; Mallah, Mohammad H²

¹ Advanced Technologies Company of Iran

² Materials and Nuclear Fuel Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute,

Abstract:

The ideal cascade is the cascade that composition of mixing streams is equal in the mixing points. It is necessary to apply the ideal condition to the gas centrifuge in order to use a gas centrifuge in ideal cascades and avoiding mixing streams with different composition. In a p -up, q -down cascade, the result of the ideal condition of the cascade is expressed in the form $\beta_{stage}^q = \gamma_{stage}^p$. Also, for a gas centrifuge machine that is used in an ideal p -up, q -down cascade, it is necessary that $\beta_{centrifuge}^q = \gamma_{centrifuge}^p$ be valid. In this paper the ideal condition for a gas centrifuge machine has been investigated.

Keywords: Gas centrifuge, Ideal symmetric cascade, Ideal condition, p -up, q -down cascade



مقدمه:

به منظور بررسی اثر حالت ایده‌آل لازم است که ابتدا ضریب غنی‌سازی (β) و ضریب تهی‌سازی (γ) معرفی شوند. به صورت کلی برای یک ماشین سانتریفیوژ یا یک مرحله از یک زنجیره، ضریب غنی‌سازی و تهی‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\beta = \frac{y/(1-y)}{z/(1-z)} \quad (1)$$
$$\gamma = \frac{z/(1-z)}{x/(1-x)}$$

که در رابطه فوق، y ، z و x به ترتیب غنای جزء مطلوب در جریان غنی‌شده از جزء مطلوب، جریان خوراک و جریان تهی‌شده از جزء مطلوب می‌باشد. به منظور استفاده از ماشین سانتریفیوژ در زنجیره‌های ایده‌آل و اجتناب از اختلاط جریان‌های با غنای متفاوت، نیاز است که شرط حالت ایده‌آل، مشابه زنجیره، در ماشین سانتریفیوژ نیز اعمال گردد. در یک زنجیره ایده‌آل p -up, q -down، نتیجه شرط ایده‌آل بودن به فرم زیر بیان می‌شود [۲۰۱] .

$$\beta_{stage}^q = \gamma_{stage}^p \quad (2)$$

همچنین برای ماشین سانتریفیوژی که قرار است در یک زنجیره ایده‌آل p -up, q -down استفاده شود، لازم است که رابطه زیر برقرار باشد [۲۰۱] .

$$\beta_{centrifuge}^q = \gamma_{centrifuge}^p \quad (3)$$

بیان ریاضی شرط حالت ایده‌آل



اکنون به بررسی و تحلیل اثر شرط حالت ایده آل برای ماشین سانتریفیوژی که در زنجیره متقارن ایده آل نصب شده، پرداخته می شود. در فرآیند جداسازی در ماشین سانتریفیوژ، رابطه زیر بنابر قانون پایستگی جرم کلی و پایستگی جرم جزء مطلوب، روابط زیر برقرار است

$$F = P + W \quad (4)$$

$$Fz_F = Py_P + Wx_W$$

که در روابط فوق P ، F و W به ترتیب دبی جریان غنی شده، جریان خوراک و جریان تهی شده و y_P ، z_F و x_W به ترتیب غنای جزء مطلوب در جریان های غنی شده، خوراک و تهی شده (ماشین سانتریفیوژ) است. از طرفی کمیت برش یا کات در ماشین سانتریفیوژ به صورت زیر تعریف می شود.

$$\theta = \frac{P}{F} \quad (5)$$

از ترکیب روابط (4) و (5)، رابطه زیر حاصل می شود.

$$z_F = \theta y_P + (1 - \theta)x_W \quad (6)$$

از طرفی، از تساوی ضریب غنی سازی و ضریب تهی سازی (به منظور استفاده در زنجیره های متقارن ایده آل)، رابطه زیر برقرار است.

$$\beta = \gamma \Rightarrow \frac{y_P/(1 - y_P)}{z_F/(1 - z_F)} = \frac{x_W/(1 - x_W)}{z_F/(1 - z_F)} \quad (7)$$

از حل دو معادله (6) و (7)، غنای ایزوتوپ مطلوب در محصول (y_P) و پسماند (x_W)، به فرم زیر حاصل می شود:

$$y_P = \frac{z_F(\theta + z_F - 1)}{\theta(2z_F - 1)} \quad (8)$$
$$x_W = \frac{z_F(\theta - z_F)}{(\theta - 1)(2z_F - 1)}$$



طبق رابطه‌ی فوق، در این شرایط ایده‌آل، غنای ایزوتوپ مطلوب در محصول و پسماند، فقط تابع غنای خوراک (Z_F) و برش (θ) است و مستقل از هر عامل دیگری مانند طول روتور، شعاع روتور، سرعت خطی روتور، فشار دیواره، دمای دیواره، دمای کپ‌ها و غیره می‌باشد. به بیان دیگر با اعمال شرط حالت ایده‌آل به صورت دقیق، غنای محصول و پسماند و در نتیجه مقادیر ضرایب جداسازی تنها وابسته به برش و غنای خوراک خواهد بود و به هیچ عامل دیگری وابسته نخواهد بود. در واقع این نکته به این مفهوم است که با معلوم بودن برش و غنای خوراک، مقدار غنای محصول و پسماند تعیین خواهد شد و سایر پارامترهای عملیاتی و هندسی باید به گونه‌ای باشند که خروجی ماشین در محصول و پسماند به این مقادیر محاسبه شده برسد؛ در غیر این صورت شرط حالت ایده‌آل به صورت دقیق ارضا نخواهد شد و در نتیجه آن، اختلاط جریان‌های با غنای متفاوت اتفاق خواهد افتاد. البته به وضوح قابل درک است که دست‌یابی به چنین حالتی که غنای محصول و پسماند در عمل دقیقاً برابر با مقادیر محاسباتی باشد امکان‌پذیر نمی‌باشد. به منظور دور شدن از این حالت (که یک مفهوم انتزاعی است) و نزدیک شدن به حالت واقعی و عملی، می‌توان شرط حالت ایده‌آل را به صورت تقریبی اعمال نمود بدین صورت که در معادله (۷)، به جای تساوی دقیق، تساوی تقریبی برقرار باشد و یک‌میزان انحراف یا تلورانس به عنوان معیار دقت نیز برای آن در نظر گرفته شود. در این حالت به جای یک پاسخ، مجموعه‌ای از پاسخ‌ها برای غنای محصول و پسماند به دست می‌آید که با توجه به بازه‌ای بودن پاسخ، عملیاتی شدن آن محتمل‌تر می‌شود.

بررسی شرط تساوی دقیق ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی

در این بخش نتایج محاسبه مقادیر غنای محصول و پسماند در حالت شرط تساوی دقیق ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی، در حالت زنجیره متقارن ایده‌آل و مقدار $0/48$ به عنوان نمونه برای برش بررسی شده است. مقادیر جدول (۱) با توجه به روابط (۶) و (۷) محاسبه شده است. لازم به ذکر است پاسخ غیرقابل قبول به این دلیل است که مقادیر غنای محصول و پسماند دقیقاً برابر با غنای خوراک محاسبه شده است (بتا و گاما برابر با یکدیگر و برابر ۱ شده است) که از لحاظ ریاضی پاسخ قابل قبول است اما از لحاظ عملیاتی در این حالت هیچ جداسازی انجام نشده است و به همین دلیل غیرقابل قبول است.



جدول (۱) مقادیر ورودی و خروجی در حالت زنجیره متقارن ایده‌آل و $cut = 0.48$

خروجی		ورودی
$y_p=0/00770677$	$y_p=0/00711$	$P=1$
$x_w=0/00655913$	$x_w=0/00711$	$q=1$
$\beta=1/0845$	$\beta=1$	$z_f=0/00711$
$\gamma=1/0845$	$\gamma=1$	$\theta=0/048$
پاسخ قابل قبول	پاسخ غیر قابل قبول	

شکل (۱) نمودار تغییرات ضرایب غنی‌سازی و تهی‌سازی برحسب برش در زنجیره‌های ایده‌آل متقارن و غیرمتقارن $2-up, 1-down$ با اعمال شرط حالت ایده‌آل را نشان می‌دهد. با توجه به آن که نتیجه شرط حالت ایده‌آل در حالت متقارن تساوی بتا و گاما می‌شود، نمودار بتا و گامای حالت متقارن برهم منطبق شده است اما در حالت غیرمتقارن $2-up, 1-down$ باید توان دوم گاما با بتا برابر باشد، به همین دلیل نمودارهای بتا و گاما برهم منطبق نشده‌اند.

واضح است که همواره مقدار بتا و گاما باید بزرگ‌تر از یک باشد تا جداسازی انجام شود که این نکته منجر به تعیین حد بالای برش می‌شود که مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(\beta \text{ or } \gamma) > 1 \Rightarrow Cut < \frac{q}{p+q} \quad (9)$$

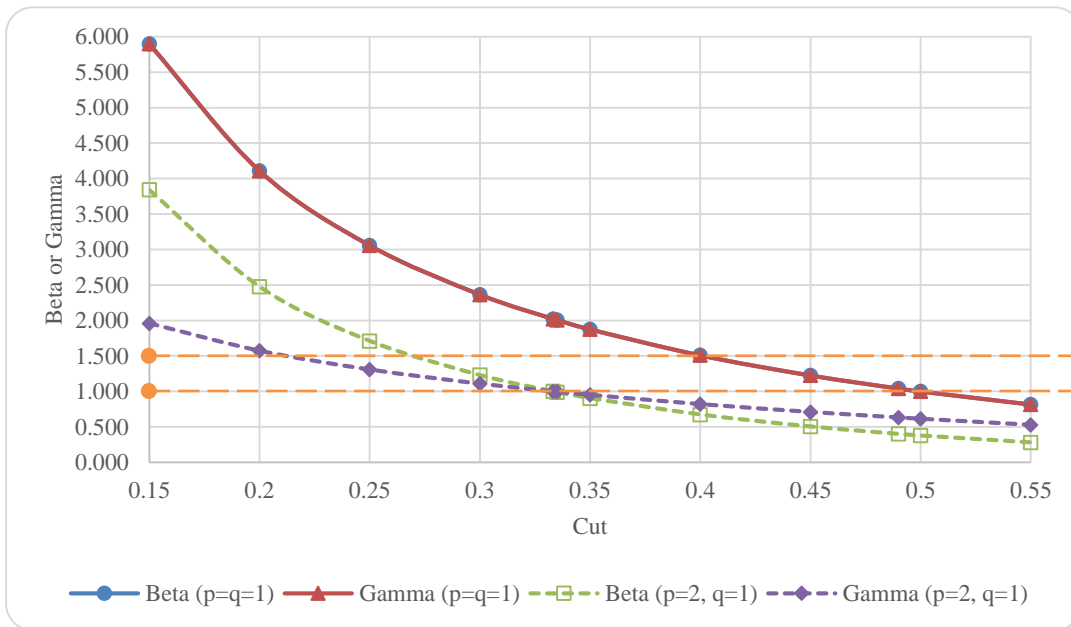
نکته‌ی دیگری که باید به آن دقت شود آن است که لازم است حد پایین مناسب برای برش انتخاب شود، زیرا در صورتی که مقدار برش خیلی کوچک انتخاب شود، مقدار بتا و گاما به شدت افزایش می‌یابد که در عمل دستیابی به چنین مقادیری غیرممکن می‌شود. در شکل (۱) دو خط چین افقی به ازای بتا و گامای برابر با ۱ و بتا و گامای برابر با ۱/۵ (فرض شده است که حداکثر مقدار عملیاتی برای بتا و گاما برابر این مقدار باشد) نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود حدود زیر برای مقدار برش به دست می‌آید:

$$- \text{ در زنجیره متقارن ایده‌آل: } 0.4 < \theta < 0.5$$



- در زنجیره غیرممتقارن ایده‌آل $2-up, 1-down$: $0.27 < \theta < 0.33$

(لازم به ذکر است در این حالت حد پایین برش از بتا برابر $0/27$ و از گاما مقدار $0/21$ به دست می‌آید که مقدار نهایی حد پایین مقدار بزرگ‌تر یعنی $0/27$ در نظر گرفته شده است.)



شکل (۱) تغییرات ضرایب غنی‌سازی و تهی‌سازی برحسب برش در زنجیره‌های ایده‌آل متقارن و غیرممتقارن

بررسی شرط تساوی تقریبی ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی

در این حالت اختلاف ضریب غنی‌سازی و تهی‌سازی دقیقاً برابر با صفر در نظر گرفته نمی‌شود بلکه فرض می‌شود که این اختلاف برابر مقدار ناچیزی مانند Tol باشد، در واقع برای اختلاف ضریب غنی‌سازی و تهی‌سازی یک مقدار تلورانس یا انحراف (مقداری نزدیک به صفر) تعریف می‌شود. در این حالت (شرط تساوی تقریبی) بازه‌ای از جواب به دست می‌آید که از لحاظ عملیاتی نسبت به حالت قبل (تساوی دقیق) که تعداد جواب بسیار محدود بود، بسیار مطلوب‌تر و امکان‌پذیرتر از لحاظ عملیاتی می‌باشد.

$$|\beta - \gamma| \leq Tol \Rightarrow -Tol \leq \beta - \gamma \leq Tol \xrightarrow{\beta - \gamma = \varepsilon} -Tol \leq \varepsilon \leq Tol \quad (10)$$

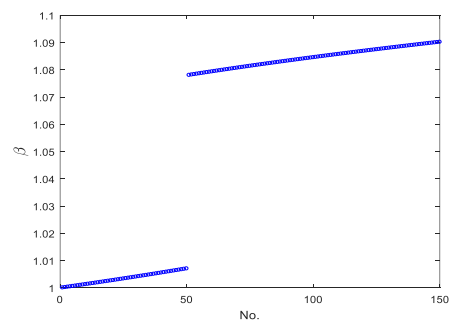
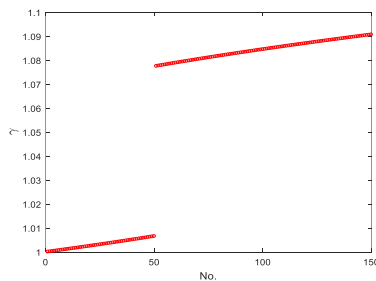


اکنون به منظور حل دو معادله (۶) و (۷) با استفاده از تعریف ضرایب غنی سازی و تهی سازی، تعداد دلخواهی نقطه برای ε در بازه $-Tol$ تا Tol در نظر گرفته می شود که این دو معادله به فرم زیر حاصل می شوند:

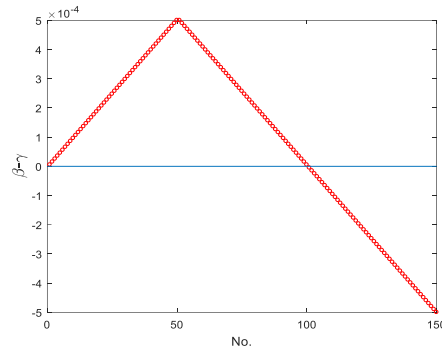
$$\beta - \gamma = \varepsilon \quad (\varepsilon \in [-Tol, Tol]) \Rightarrow \frac{y_P/(1-y_P)}{z_F/(1-z_F)} = \frac{z_F/(1-z_F)}{x_W/(1-x_W)} + \varepsilon \quad (11)$$

$$z_F = \theta y_P + (1 - \theta)x_W$$

در این حالت، متناظر با هر مقدار از ε ، با معلوم بودن مقادیر غنای خوراک و برش، یک جواب برای غنای محصول و پسماند به دست می آید. به بیان دیگر، به جای یک مقدار برای غنای محصول و پسماند (در حالت تساوی دقیق)، یک دسته جواب برای غنای محصول و پسماند به دست می آید (در حالت تساوی تقریبی، به ازای هر مقدار از ε در بازه $[Tol, -Tol]$). در این بخش نتایج محاسبه مقادیر غنای محصول و پسماند در حالت شرط تساوی تقریبی ضریب غنی سازی و ضریب تهی سازی، در حالت زنجیره متقارن ایده آل و مقدار $cut = 0.48$ و $z_F = 0.00711$ با $Tol = 5 \times 10^{-4}$ بررسی شده است. شکل (۲) مقادیر ضریب غنی سازی و ضریب تهی سازی به ازای ۱۵۰ مقدار در بازه -5×10^{-4} تا 5×10^{-4} را نشان می دهد و در شکل (۳) اختلاف مقادیر متناظر ضریب غنی سازی و تهی سازی نشان داده شده است.



شکل (۲) نمودار مقادیر ضریب غنی سازی و تهی سازی در حالت زنجیره متقارن ایده آل و $cut = 0.48$



شکل (۳) نمودار اختلاف ضرایب غنی‌سازی و تهی‌سازی در حالت زنجیره متقارن ایده‌آل و $cut = 0.48$ همان‌طور که در اشکال (۲) و (۳) نشان داده شده است، در این حالت به جای یک پاسخ، مجموعه‌ای از پاسخ‌ها برای غنای محصول و پسماند به دست می‌آید که با توجه به بازه‌ای بودن پاسخ، عملیاتی شدن آن محتمل‌تر می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر شرط حالت ایده‌آل برای ماشین سانتریفیوژی که در زنجیره ایده‌آل قرار می‌گیرد، در دو حالت شرط تساوی دقیق ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی و شرط تساوی تقریبی ضریب غنی‌سازی و ضریب تهی‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. در شرط تساوی تقریبی بازه‌ای از جواب به دست می‌آید که از لحاظ عملیاتی نسبت به حالت تساوی دقیق که تعداد جواب بسیار محدود بود، بسیار مطلوب‌تر و امکان‌پذیرتر از لحاظ عملیاتی می‌باشد.

مراجع

- [1] M. Benedict, T. H. Pigford and H. W. Levi, "Nuclear Chemical Engineering." McGraw-Hill Book, (1981)
Soubbaramayer. "Centrifugation", Applied Physics, vol.35, pp. 183-244, (1979) [2]