



## بررسی تأثیر مرحله ورود خوراک بر زمان تعادل غلظت در زنجیره های مربعی دو جزئی

ایمانی، مرتضی<sup>۱\*</sup> - کشتکار، علیرضا<sup>۱</sup> - رشیدی، عباس<sup>۲</sup> - کریمی ثابت، جواد<sup>۱</sup> - ملاح، محمدحسن<sup>۱</sup> -  
نوروزی، علی<sup>۳</sup> - محمودیان، عادل<sup>۳</sup>

۱: سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده مواد و سوخت هسته‌ای، تهران - ایران

۲: دانشگاه مازندران، دانشکده مهندسی، بابلسر - ایران

۳: سازمان انرژی اتمی، شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران، تهران - ایران

**چکیده:** یکی از نکات مهم در زنجیره‌های مربعی سانتریفیوژ گازی، پیش‌بینی زمان تعادل غلظت ایزوتوپ‌ها در زنجیره می‌باشد. در این مقاله معادلات بقا جرم در زنجیره‌های مربعی دو جزئی بصورت گذرا با استفاده از روش تفاضل محدود کرنک نیکلسون گسسته‌سازی شده، و برای خطی سازی معادلات از روش تکرار  $q$  استفاده شد. با استفاده از کد شبیه‌سازی حاصله، غلظت ایزوتوپ‌ها برحسب زمان تا رسیدن به حالت پایا محاسبه شد، و نتایج با نتایج حالت پایا موجود در مراجع مقایسه گردید. با بررسی تغییر مرحله ورود خوراک در یک زنجیره مربعی مشاهده شد زمان تعادل دچار تغییر می‌شود، بطور مثال دامنه این تغییرات برای زنجیره ارائه شده ۱۷ درصد می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** زنجیره مربعی، حالت گذرا، زمان تعادل، مرحله ورود خوراک، سیستم‌های دو جزئی

## Investigating the effect of feed stage number on the time of concentration equilibrium in two component square cascades

Imani, Morteza<sup>1\*</sup>; Keshtkar, Alireza<sup>1</sup>; Rashidi, Abbas<sup>2</sup>; Karimi Sabet, Javad<sup>1</sup>; Malah, Mohammadhasan<sup>1</sup>; Nourozi, Ali<sup>3</sup>; Mahmoodian, Adel<sup>3</sup>

1: Atomic Energy Organization, Nuclear Science and Technology Research institute, Nuclear Materials and Fuel Research School, Tehran - Iran

2: University of Mazandaran, Faculty of Engineering and Technology, Bobolsar - Iran

3: Atomic Energy Organization, Advanced Technology Company of Iran, Tehran - Iran

**Abstract:** One of the important issues in square gas centrifuge cascade is the prediction of equilibrium time of concentration of isotopes in cascade. In this paper, the conservation of mass equations for two component square cascades were presented in transient condition, and discriminated by using crank Nicholson's finite difference method, and the  $q$  iteration method was used for linearization of equations. Using the obtained simulation code and considering steady state conditions for flows, the concentration of isotopes was calculated in terms of time up to reaching steady state condition, and the results were compared with the results of the steady state code in the



reference. It was also observed that with changing the feed point of cascade, the equilibrium time of concentration would be varied and for example in presented cascade the variation would be 17 percent.

Keywords: Square cascade, Transient condition, Equilibrium time, Feed point, Two component system

#### مقدمه:

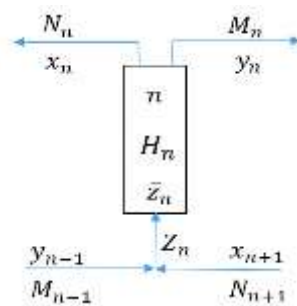
جداسازی ایزوتوپی عناصر در زنجیره‌هایی از ماشین‌های جداساز صورت می‌پذیرد که پرکاربردترین این زنجیره‌ها، زنجیره‌های غنی‌سازی با استفاده از ماشین سانتریفیوژ گازی می‌باشد. از مهمترین فرایندهای جداسازی ایزوتوپی دو جزئی، جداسازی ایزوتوپ‌های اورانیوم ۲۳۵ از ۲۳۸ می‌باشد. از مهم‌ترین مسائل موجود در این زنجیره‌ها زمان راه‌اندازی و به تعادل رسیدن زنجیره می‌باشد که مورد توجه بهره برداران می‌باشد. در طی این زمان، به دلیل اینکه جریان‌ها و غلظت ایزوتوپ مطلوب (ایزوتوپ سبکتر) کمتر از میزان طراحی شده است، میزان کار جداسازی زنجیره کمتر از میزان مورد انتظار می‌باشد. زمان به تعادل رسیدن شامل، به تعادل رسیدن جریان‌ها و به تعادل رسیدن غلظت ایزوتوپ مطلوب در طول زنجیره می‌باشد که به دلیل کوتاه بودن زمان به تعادل رسیدن جریان‌ها در مقایسه با زمان به تعادل رسیدن غلظت، از آن صرف نظر می‌شود. از جمله فعالیت‌های صورت گرفته برای محاسبه زمان تعادل می‌توان به روش مورد استفاده توسط کهن اشاره کرد [۱]. در این روش معادلات بر روی یک زنجیره با ضریب برش مراحل یکسان با فرض پایا بودن جریان و همچنین فرض پایین بودن فاکتور جداسازی نوشته شده و بصورت تحلیلی حل شدند. اما در این مقاله هدف حل معادلات بقای جرم بصورت عددی برای سیستم‌های ایزوتوپی دو جزئی اورانیوم در حالت گذرا، بدون محدودیت بر روی فاکتور جداسازی و با ضریب برش متغیر در مراحل برای یک زنجیره مربعی می‌باشد. برای این منظور در مرحله اول معادلات بقای جرم در حالت گذرا نوشته شده و با استفاده از روش تفاضل محدود کرنک نیکلسون گسسته‌سازی می‌شوند، سپس با استفاده از روش تکرار  $q$  معادلات غیر خطی حاصله، خطی سازی می‌شوند و دستگاه معادلات بدست آمده در هر بازه زمانی حل می‌شود. برای صحت‌سنجی، نتایج شبیه‌سازی یک زنجیره موجود در حالت پایا با نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته در حالت گذرا در زمان بی‌نهایت (رسیدن به حالت پایا)، مقایسه شده است. با توجه به تایید روش و شبیه‌سازی صورت گرفته، تاثیر مرحله ورود خوراک در زنجیره‌های مربعی بر روی زمان به تعادل رسیدن غلظت جریان محصول مورد بررسی قرار می‌گیرد.



مواد و روش کار: در شبیه‌سازی گذرای زنجیره می‌بایست غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان ورودی، غنی شده و

تهی شده هر مرحله با گذر زمان محاسبه شود. در شکل ۱ برای یک زنجیره مربعی جریان‌های ورودی و خروجی

و غلظت‌های هر جریان به مرحله شماره  $n$  نمایش داده شده است.



شکل ۱: نمایش جریان‌های ورودی و خروجی به مراحل

در ابتدای شروع محاسبه غلظت‌ها در حالت گذرا، می‌بایست جریان‌های بین مراحل با فرض پایا بودن در هر

بازه زمانی، محاسبه شوند. برای این کار با مشخص بودن ضریب برش ( $\theta_n$ ) دو مرحله متوالی و نوشتن رابطه (۱)

بر روی هر مرحله می‌توان جریان‌های بین مراحل را در حالت پایا محاسبه نمود [۲].

$$Z_n \theta_n - M_n = 0$$

$$Z_n (1 - \theta_n) - N_n = 0 \tag{1}$$

$$Z_n - M_{n-1} - N_{n+1} = 0$$

برای محاسبه غلظت‌ها، قانون بقای جرم در حالت گذرا بصورت زیر نوشته می‌شود [۳، ۴].

$$\frac{\partial H_n \bar{z}_n(t)}{\partial t} = N_{n+1} x_{n+1}(t) + M_{n-1} y_{n-1}(t) - N_n x_n(t) - M_n y_n(t) \tag{2}$$



در معادله (۱)  $H_n$  موجودی گاز مرحله،  $\bar{z}_n$  متوسط غلظت گاز عبوری از مرحله،  $y_n$  غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان غنی شده،  $x_n$  غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان تهی شده،  $N_n$  نرخ جریان تهی شده، و  $M_n$  نرخ جریان غنی شده خروجی از مرحله شماره  $n$  می‌باشد. در معادله (۱) برای محاسبه متوسط غلظت در مرحله از تقریب زیر استفاده می‌شود:

$$(N_n + M_n)\bar{z}_{n(t)} = N_n x_{n(t)} + M_n y_{n(t)} \quad (3)$$

در معادله (۲) جریان‌های بین مراحل بصورت مستقل از زمان در نظر گرفته می‌شود، این فرض به دلیل کوتاه بودن زمان به تعادل رسیدن جریان در برابر زمان به تعادل رسیدن غلظت‌های بین مراحل می‌باشد [۵،۶]. رابطه مورد استفاده دیگر رابطه فاکتور جداسازی برای هر مرحله می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شود.

$$\alpha_n = \frac{y_n/1 - y_n}{x_n/1 - x_n} \quad (4)$$

در رابطه (۴)  $\alpha_n$  ورودی مسئله خواهد بود. با توجه به اینکه معادلات (۲)، (۳) و (۴) برای هر مرحله نوشته می‌شوند تعداد  $3N$  معادله بدست خواهد آمد. پس از گسسته سازی معادله (۲) به روش کرنک نیکلسون و ترکیب با معادله (۳) معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & -\frac{M_{n-1}}{2}y_{n-1}^{m+1} + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{M_n}{M_n + N_n} + \frac{M_n}{2}\right)y_n^{m+1} + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{N_n}{M_n + N_n} + \frac{N_n}{2}\right)x_n^{m+1} - \frac{N_{n+1}}{2}x_{n+1}^{m+1} \\ & = \frac{M_{n-1}}{2}y_{n-1}^m + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{M_n}{M_n + N_n} - \frac{M_n}{2}\right)y_n^m + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{N_n}{M_n + N_n} - \frac{N_n}{2}\right)x_n^m + \frac{N_{n+1}}{2}x_{n+1}^m \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵) بالانویس  $m$  نشان‌دهنده‌ی بازه زمانی می‌باشد. برای محاسبه غلظت مراحل می‌بایست رابطه (۵) را برای هر بازه زمانی حل نمود. در این رابطه با استفاده از روش تکرار  $q$  می‌توان غلظت جریان غنی شده را بر



حسب غلظت جریان تهی شده جایگذاری نمود. در این روش پارامتر  $q$  بصورت نسبت غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان غنی شده به غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان تهی شده در هر مرحله تعریف می‌شود.

$$q_{1,n} = \frac{y_{1,n}}{x_{1,n}} \quad (6)$$
$$q_{2,n} = \frac{y_{2,n}}{x_{2,n}}$$

اندیس ۱ نمایش دهنده ایزوتوپ سبک و اندیس ۲ نمایش دهنده ایزوتوپ سنگین می‌باشد. با بکارگیری این

تعاریف در رابطه فاکتور جداسازی مرحله  $n$ ، رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\alpha_n = \frac{y_{1,n}/x_{1,n}}{y_{2,n}/x_{2,n}} = \frac{q_{1,n}}{q_{2,n}} \quad (7)$$

با ترکیب روابط (۶) و (۷) غلظت ایزوتوپ سبک در جریان غنی شده مرحله  $n$  را می‌توان بر حسب غلظت

همان جز در جریان تهی شده نوشت:

$$y_{1,n} = \alpha_n q_{2,n} x_{1,n} \quad (8)$$

رابطه (۸) را می‌توان در معادلات (۵) به کار برد و غلظت ایزوتوپ سبک را محاسبه نمود. به طور مشابه

می‌توان رابطه (۶) را در رابطه (۵) برای ایزوتوپ سنگین استفاده نمود و غلظت ایزوتوپ سنگین را محاسبه کرد.

در این روش در ابتدا مقدار  $q_{2,n}$  برای تمامی مراحل حدس زده می‌شود، سپس با استفاده از رابطه (۶) و (۸)

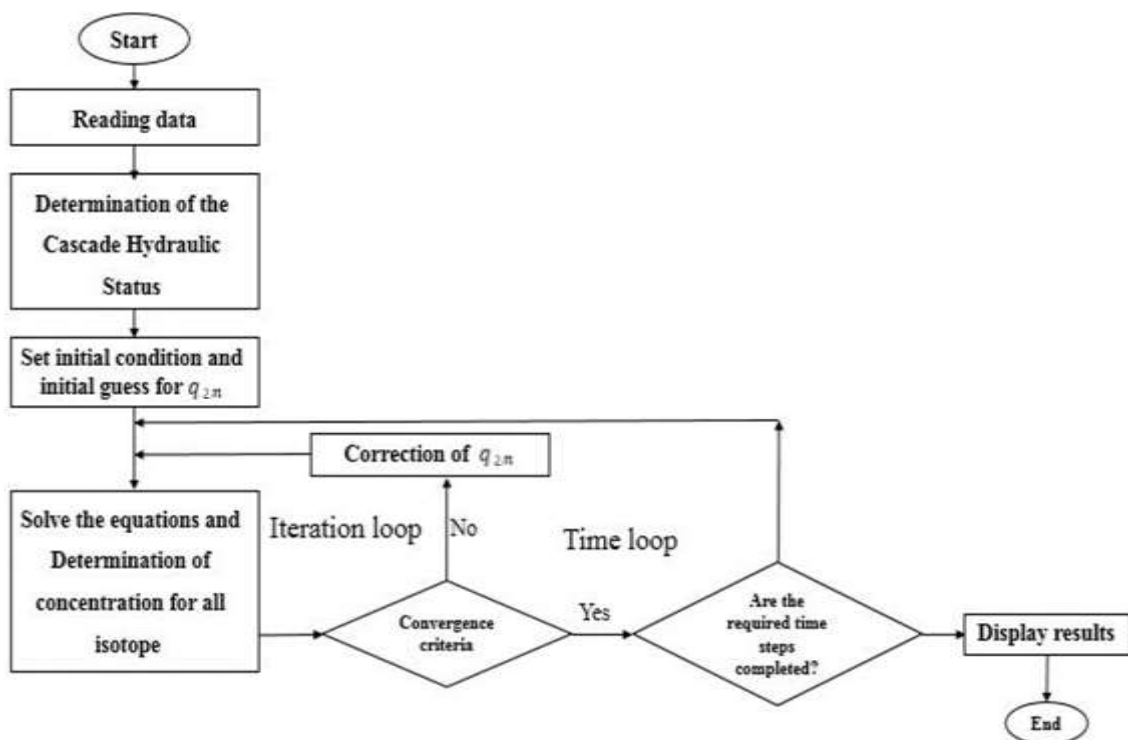
معادلات (۵) برای ایزوتوپ سبک و هم برای ایزوتوپ سنگین حل می‌شوند. با غلظت‌های محاسبه شده و رابطه

زیر مقدار  $q_{2,n}$  اصلاح می‌شود [۵،۶].

$$q_{2,n} = \frac{z_{1,n} + z_{2,n}}{\alpha x_{1,n} + x_{2,n}} \quad (9)$$



رابطه بالا ناشی از این می‌باشد که در هر مرحله می‌بایست مجموع غلظت ایزوتوپ‌های سبک و سنگین در جریان غنی شده، تهی شده و خوراک هر مرحله برابر یک باشد. در شکل ۲ الگوریتم کد نوشته شده ارائه شده است.



شکل ۲: الگوریتم کد شبیه‌سازی توزیع غلظت در زنجیره مربعی در حالت گذرا

**نتایج:** برای صحنه‌سازی روش و شبیه‌سازی انجام شده از نتایج شبیه‌سازی حالت پایای یک زنجیره مخروطی با ماشین سانتریفیوژ ایگاچو که در مرجع ۷ موجود می‌باشد، استفاده می‌شود. میزان موجودی گاز در این ماشین ۰/۵ گرم می‌باشد. نرخ خوراک ورودی به زنجیره برابر ۲۴۰ گرم بر ساعت، مرحله ورود خوراک ۶ و غلظت



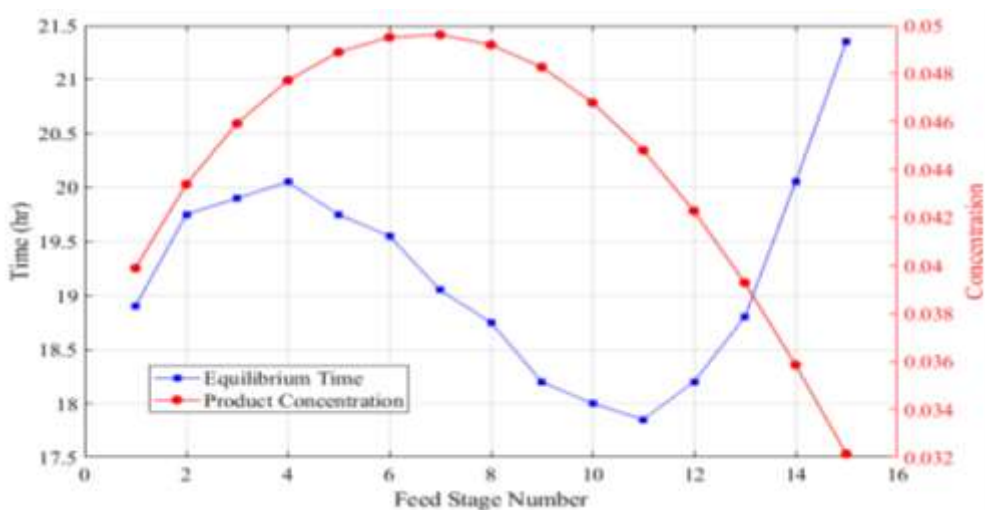
جریان خوراک ورودی ۰/۰۰۷۲ می باشد [۷]. در جدول ۱ مشخصات زنجیره مورد نظر از قبیل تعداد ماشین‌های موجود در مراحل، ضریب برش و فاکتور جداسازی مراحل بیان شده و همچنین غلظت جریان غنی شده مراحل، محاسبه شده توسط کد در زمان رسیدن به حالت پایا و نتایج موجود در مرجع ۷ مقایسه شده است. همانگونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود کد محاسبه توزیع غلظت در حالت گذرا در زمان رسیدن به تعادل (پس از گذشت ۱۵ ساعت) نتایج یکسانی با شبیه‌سازی حالت پایا داشته است.

جدول ۱: مشخصات زنجیره و غلظت محاسبه شده در جریان غنی شده مراحل

شماره مراحل	تعداد ماشین در مراحل	ضریب برش مراحل	فاکتور جداسازی مرحله	$\gamma_i$ محاسبه شده در مرجع	$\gamma_i$ محاسبه شده توسط برنامه	خطای نسبی برحسب درصد
1	6	0.470	1.276	0.0044	0.0044	1.391
2	11	0.470	1.272	0.0050	0.0051	1.301
3	16	0.470	1.276	0.0056	0.0056	0.590
4	20	0.470	1.275	0.0063	0.0063	1.398
5	23	0.470	1.270	0.0071	0.0071	1.495
6	27	0.470	1.275	0.0080	0.0081	1.470
7	23	0.470	1.273	0.0090	0.0091	1.566
8	20	0.470	1.276	0.0102	0.0102	1.436
9	17	0.470	1.275	0.0115	0.0115	1.421
10	14	0.470	1.271	0.0129	0.0129	1.310
11	12	0.471	1.274	0.0146	0.0146	1.327
12	10	0.471	1.275	0.0164	0.0164	1.153
13	8	0.471	1.272	0.0185	0.0185	1.349
14	6	0.471	1.261	0.0205	0.0205	1.585
15	5	0.471	1.271	0.0230	0.0231	1.581
16	4	0.471	1.281	0.0258	0.0258	1.324
17	3	0.471	1.291	0.0291	0.0291	1.559
18	2	0.472	1.300	0.0330	0.0331	1.353
19	1	0.472	1.309	0.0376	0.0376	1.411



برای بررسی تاثیر مرحله ورود خوراک بر میزان زمان تعادل و غلظت جریان خروجی یک زنجیره مربعی با ۱۵ مرحله در نظر گرفته می شود. جریان خوراک ورودی به زنجیره ۴۰ گرم بر ساعت، نسبت  $Z/F$  برابر ۷، میزان ضریب برش زنجیره ۰/۱ و خوراک ورودی، اوانیوم با غلظت طبیعی ۰/۰۰۷۲ می باشد. در این زنجیره با تغییر مرحله ورود خوراک در شکل ۳ تغییرات غلظت و زمان تعادل غلظت،ها در زنجیره نمایش داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود زمان تعادل زنجیره با تغییر مرحله ورود خوراک تغییر می کند. دامنه این تغییرات در این شکل ۱۷ درصد می باشد. در این شکل همچنین تغییرات غلظت جریان محصول بر حسب مرحله ورود خوراک نمایش داده شده است و می توان نتیجه گرفت ورود خوراک در مرحله ۷ منجر به بیشترین غلظت جریان محصول خواهد بود.



شکل ۳: نمایش غلظت جریان محصول و پسماند بر حسب زمان با تغییر موجودی ماشین سانتریفیوژ

**بحث و نتیجه گیری:** با بکار گیری روش عددی تفاضل محدود کرنک نیکلسون و استفاده از روش تکرار  $q$

برای خطی سازی معادلات توزیع غلظت در طول زنجیره در حالت گذرا، می توان بدون محدودیت بر روی





فاکتور جداسازی و میزان ضریب برش زنجیره، توزیع غلظت بر حسب زمان در زنجیره مربعی را با دقت مناسب محاسبه نمود و زمان به تعادل رسیدن زنجیره را تخمین زد. با تغییر مرحله ورود خوراک مشاهده می‌شود زمان تعادل زنجیره تغییر کرده و در مثال مورد بررسی دامنه این تغییرات ۱۷ درصد می‌باشد.

#### مراجع:

- [1] Cohen, "The theory of separation as applied to the large -scale production of U235", 1951.
- [2] Zeng, S.; Ying, C. "A robust and efficient calculation procedure for determining concentration distribution of multicomponent mixture". *Sep. Sci. Technol.* 2000, 35 (4), 613-622.
- [3] Benedict, T. H, "Nuclear Chemical Engineering", New York: McGraw-Will book Co., 1981.
- [4] Zeng, S.; Ying, C. "Separating isotope components of small abundance". *Sep. Sci. Technol.* 2002, 37 (15), 3577-3598.
- [5] Zeng, S.; Ying, C. "A second-order time-accurate method for determining the distribution of concentration distribution of multicomponent mixtures in separation cascades". *Sep. Sci. Technol.* 2000, 35 (5), 729-741.
- [6] Zeng, S.; Ying, C. "Transient process in gas centrifuge cascades for separation of multicomponent isotope mixtures". *Sep. Sci. Technol.* 2001, 36 (15), 3439-3457.
- [7] Migliorini, P.J, "Modeling and Simulation of Gas Centrifuge Cascades for Enhancing the Efficiency of IAEA Safeguards," May 2013.