



محاسبه‌ی چگالی و دمای پلازما با شبیه‌سازی سامانه‌ی پراکندگی تامسون لبه در توکامک ایترا

مرادی ضامن جانی، فرزانه - علی عسگریان، محمد*

دانشگاه اصفهان، دانشکده‌ی علوم پایه، گروه مهندسی هسته‌ای

چکیده:

توکامک ایترا به عنوان بزرگترین پروژه‌ی همجوشی در دنیا انواع سامانه‌های تشخیصی را داراست، از آن میان سامانه‌ی پراکندگی تامسون به علت دقت بالا از اهمیت زیادی برخوردار است به گونه‌ای که متناسب با ویژگی‌های سه ناحیه‌ی قلب، لبه و دایورتور سه سامانه‌ی پراکندگی تامسون مجزا طراحی شده است. در اینجا با روش ذره در جعبه پراکندگی تامسون غیرتجمعی از پلاسمای لبه در ایترا که توسط سامانه‌ی پراکندگی تامسون لبه بررسی می‌شود شبیه‌سازی شده و دما و چگالی این ناحیه در ایترا با دقت بالایی به ترتیب به میزان 1089 eV و $2.91 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ به دست آمد که نشانگر دقت بالا و گسترده‌ی وسیع کارایی روش ذره در جعبه و سامانه‌ی تشخیصی پراکندگی تامسون لبه در ایترا است.

کلمات کلیدی: *Simulation, particle in cell, ITER, Edge Thomson Scattering system, density, Temperature*

مقدمه:

در پدیده‌ی پراکندگی تامسون یک الکترون آزاد بر اثر میدان الکتریکی موج فرودی شتاب می‌گیرد و یک موج الکترومغناطیسی در همه‌ی جهات منتشر می‌کند [۱]. در این پدیده یک موج نوری تک رنگ پرشدت با فرکانس ω_{i0} از درون یک پلازما عبور می‌کند اگر $\hbar\omega_{i0} \ll m_e c^2$ که در آن c و m_e به ترتیب سرعت نور و جرم الکترون و $\hbar = h/2\pi$ هستند آنگاه الکترون‌های آزاد با بسامدی مشابه با بسامد نور فرودی نوسان می‌کنند و از خود تابش گسیل می‌کنند پس $\hbar\omega_{i0} \ll m_e c^2$ شرط پراکندگی تامسون است. یونها خیلی سنگین‌تر از الکترون‌ها هستند پس تابش کمتری گسیل می‌کنند. تابش پراکنده به دلیل حرکت الکترون‌ها نسبت به چشمه‌ی نور و آشکارساز تحت جابجایی دوپلر قرار می‌گیرد که باعث می‌شود برای الکترون‌های متحرک بسامد پراکنده متفاوت از بسامد فرودی شود یعنی $\omega_s \neq \omega_{i0}$. میزان توان پراکنده ناشی از پدیده‌ی پراکندگی تامسون به قدری کوچک است که $P_s/P_i \leq 10^{-13}$ که در آن P_i و P_s به ترتیب توان‌های پراکنده و فرودی کل هستند [۲] پس باید از لیزرهای پرشدت استفاده کنیم و در مسیر تابش پراکنده نیز قطبشگر قرار دهیم که تا حد ممکن تابش پس زمینه را کم کند ولی باید دقت کنیم که این تابش پر شدت پلازما را مختل نکند و به ذرات آن نیز شتاب ندهد [۳ و ۴]. این پدیده به دو حالت مختلف تجمعی و غیرتجمعی روی می‌دهد؛ در حالت غیر تجمعی موج فرودی با تک تک الکترون‌ها برهم کنش می‌کند و $\alpha(\theta) = (1/k\lambda_D) \ll 1$ که در آن k



تفاضل بردار موج فرودی و پراکنده و λ_D طول دیبای پلاسما است ولی در حالت تجمعی، $\alpha(\theta) = (1/k\lambda_D) \geq 1$ موج فرودی با مجموعه ذراتی که در کره‌ی دیبای وجود دارند برهم کنش می‌کند و حاوی اطلاعاتی در مورد یون‌ها نیز هست.

در پروژه‌ی ایترا برای تشخیص پارامترهای پلاسما مانند دما و چگالی الکترون سه سامانه‌ی تشخیصی پراکندگی تامسون برای سه ناحیه‌ی لبه (ETS)، قلب (CPTS) و دیورتور (DTS) طراحی شده است [۵]. در سامانه‌ی ETS، باریکه‌ی لیزر فرودی از نوع لیزر Nd:YAG به ترتیب با طول موج، شدت، انرژی، نرخ تکرار، بسامد و طول پالس $\lambda_{i0} = 1064 \text{ nm}$ ، $I_{i0} = 2.24 \times 10^{17} \text{ erg/scm}^2$ ، $E = 7.66 \text{ j}$ ، 100 Hz ، $\omega_{i0} = 1.77 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ و 30 ns است درحالیکه $\text{FWHM} = 12.00 \text{ ns}$ و سایز کمر باریکه که اندازه‌ی پهنای باریکه در باریک‌ترین قسمت آن است $W_{i0} = 7.7 \times 10^{-2} \text{ cm}$ است. بازه‌ی چگالی و دمایی که این سامانه آن را پوشش می‌دهد به ترتیب $0.05 \text{ keV} \leq T \leq 10 \text{ keV}$ و $5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} \leq T \leq 3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ است. این سامانه از هندسه‌ی پس‌پراکندگی بهره می‌برد $(\pi/2 \leq \theta \leq \pi)$ و بازه‌ی فضایی پوشش داده شده توسط آن $r/a > 0.8$ است که r فاصله‌ی شعاعی و a شعاع کوچک است. میدان مغناطیسی چنبره‌ای مرکزی $B_z = 5.3 \text{ T}$ است که در ناحیه‌ی مورد بررسی به $B_z = 4.08 \text{ T}$ کاهش می‌یابد پس چون $\omega_{ce} \ll \omega_{i0}$ که در آن ω_{ce} بسامد سیکلوترونی الکترون است می‌توان از نظریه‌ی پراکندگی تامسون غیرمغناطیسی بهره برد.

روش ذره در جعبه (پیک) از میان روش‌های گوناگون شبیه‌سازی جنبشی، با استفاده از معادلات بنیادین حاکم بر پلاسما همچون معادلات ماکسول و لورنتس، ویژگی‌های غیر خطی پدیده‌های الکترومغناطیسی مثل پراکندگی تامسون را کاملاً حفظ می‌کند. این روش می‌تواند رفتارهای تجمعی و غیرتجمعی پلاسما را به طور همزمان شبیه‌سازی کند. از آنجا که در این روش از معادلات پلاسما به طور دقیق استفاده می‌شود ویژگی‌های فیزیکی حاکم کاملاً حفظ می‌شوند. اگر و پیک که بر مبنای روش پیک کار می‌کند یک کد نسبیته $2D/3V$ برای هندسه‌ی تیغه‌ای و استوانه‌ای است و می‌تواند پالس‌های الکترومغناطیسی‌ای مشابه با لیزر مورد استفاده را شبیه‌سازی کند. با استفاده از این کد می‌توان گستره‌ی وسیعی از دماها و چگالی‌های پلاسمایی را حتی با اعمال میدان مغناطیسی خارجی شبیه‌سازی کرد. از آنجا که در روش پیک به جای بررسی رفتار تک تک ذرات یک ذره را تحت عنوان ابر ذره در نظر می‌گیریم که رفتار و ویژگی‌های مجموعه‌ای از ذرات

¹International Thermonuclear Experimental Reactor

²Edge Thomson scattering System

³Core Plasma Thomson scattering System

⁴Divertor Thomson scattering System

⁵Particle In Cell (PIC)



را دربردارد بنابراین می‌توان گفت این روش رفتار آماری و تجمعی ذرات را نشان می‌دهد. هدف ما در این مقاله شبیه‌سازی پراکندگی تامسون غیرتجمعی است که این موضوع ابهاماتی در خصوص استفاده از روش پیک در شبیه‌سازی پدیده‌های غیرتجمعی ایجاد می‌کند. در بخش‌های بعدی مقاله به چگونگی شبیه‌سازی پراکندگی تامسون غیرتجمعی از پلاسمای لبه در ایتر که توسط سامانه‌ی ETS بررسی می‌شود به روش پیک می‌پردازیم و دما و چگالی لبه را با دقت بالا به دست می‌آوریم.

روش کار :

برای یک موج تخت، $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{i0} \cos(\mathbf{k}_{i0} \cdot \mathbf{r} - \omega_{i0}t)$ ، میدان الکتریکی موج پراکنده در شرایط غیرنسبیتی و در غیاب میدان مغناطیسی در فواصل بزرگ R از هر الکترون به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{R}, t) = \frac{q^2}{c^2 m_e R} [\hat{\mathbf{s}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \mathbf{E}_{i0})] \cdot \cos[k_s R - \omega_s t - (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{i0}) \cdot \mathbf{r}(0)] = \omega_{i0} \frac{1 - \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{s}}}{1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}} \quad (1)$$

که در آن q ، $\mathbf{r}(0)$ ، $\hat{\mathbf{i}}$ و $\hat{\mathbf{s}}$ ، \mathbf{k}_{i0} ، \mathbf{k}_s و β به ترتیب بار الکترون، مکان اولیه‌ی الکترون و بردار یکه در راستای انتشار موج فرودی و پراکنده و بردارهای موج فرودی و پراکنده است و $\beta = v_{th}/c$ سرعت گرمایی الکترونها است [۳]. چگالی طیفی توان پراکنده از پلاسمای در واحد زاویه‌ی فضایی $d\Omega$ به صورت زیر بیان می‌شود:

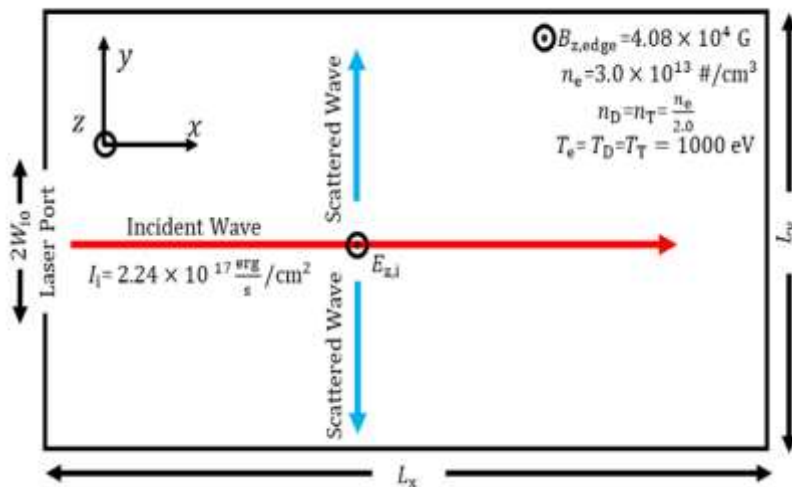
$$P_s(\mathbf{R}, \omega_s) d\Omega d\omega_s = n_e L_s P_i r_0^2 \times |\hat{\mathbf{s}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{E}}_{i0})|^2 \frac{f_e(\omega/k)}{k} d\Omega d\omega_s \quad (2)$$

که در آن f_e و n_e تابع توزیع سرعت الکترون و چگالی الکترون هستند، ω نیز تفاضل بسامد موج فرودی و پراکنده است. $r_0 = 2.82 \times 10^{-13}$ cm شعاع کلاسیکی الکترون و L_s طول پراکندگی است. چون پراکندگی مستقل از زاویه‌ی سمتی است پس توان پراکنده‌ی کل در واحد زاویه‌ی قطبی θ برای پلاسمایی که در تعادل ترمودینامیکی با تابع توزیع سرعت $\exp\left[-\left(\frac{\omega}{kv_{th}}\right)^2\right]/\pi^{1/2} v_{th}$ به سر می‌برد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_s(\theta) d\theta = 2\pi n_e L_s P_i r_0^2 \times |\hat{\mathbf{s}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{E}}_{i0})|^2 d\theta \quad (3)$$

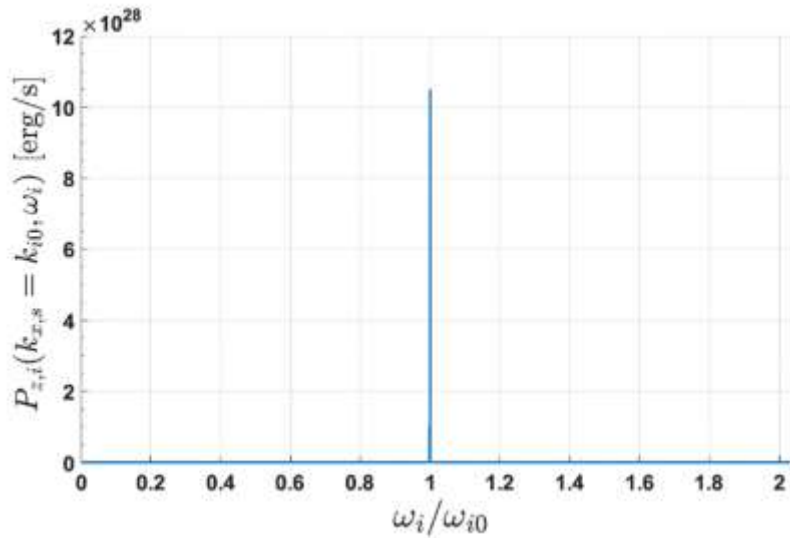
برای برقراری فرض غیرنسبیتی دمای ناحیه‌ی مورد نظر برای شبیه‌سازی را $T_e = 1000$ eV در نظر می‌گیریم که در بازه‌ی دمایی لبه‌ی ایتر نیز قرار دارد و چگالی را $n_e = 3.00 \times 10^{13}$ cm⁻³ در نظر می‌گیریم در حالیکه $n_D = n_T = n_e/2$ (پلاسمای ۵۰-۵۰) n_D و n_T به ترتیب چگالی دوتریوم و تریتیوم است. شبیه‌سازی را روی تیغه‌ای با این چگالی همگن و با در نظر گرفتن ۱۶ گرید در راستای x و ۱۲۲۸۸ گرید در راستای y انجام می‌دهیم در حالیکه که یک موج فرودی با قطبش z مطابق شکل ۱ از سمت چپ وارد محیط شبیه‌سازی شده و انتشار آن به سمت راست از درون پلاسمای بررسی می‌شود. تعداد ذرات واقعی موجود در هر ابر ذره را ۱۰۰۰۰۰ ذره در نظر می‌گیریم که با توجه به

چگالی واقعی سیستم در هر گرید تقریباً ۶ ابر ذره قرار می‌گیرد. تعداد گام‌های زمانی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که موج پراکنده در $t = 7.05 \times 10^{-12} \text{ s} \approx 1988 T_{i0}$ ثانیه کل راستای y را بپیماید که در آن دوره‌ی تناوب موج فرودی است. با در نظر گرفتن این فرضیات مدت زمان کل شبیه‌سازی ۱۳ ساعت می‌شود و در تمام این مدت پایستگی انرژی برقرار است.



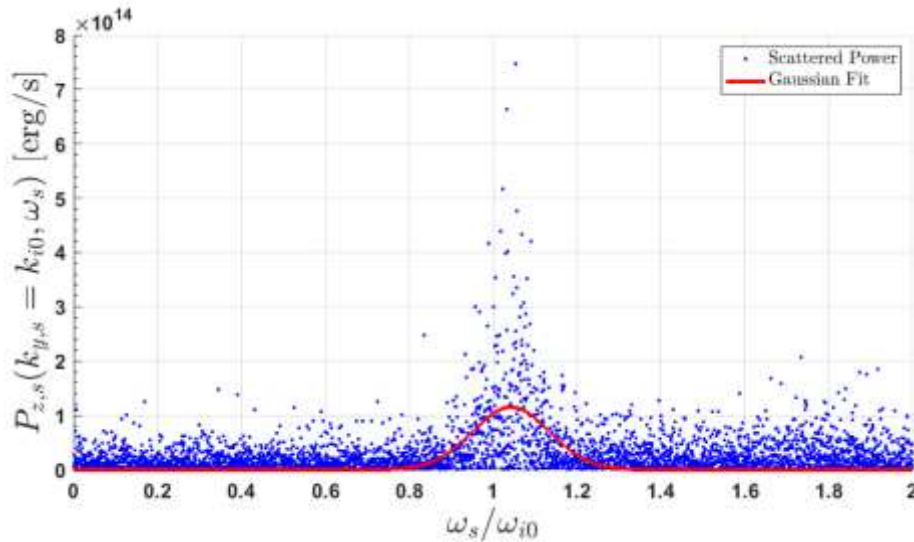
شکل شماره (۱): نمایی از تیغه‌ی پلاسمایی شبیه‌سازی شده بر اساس ناحیه‌ی مورد اندازه‌گیری با ETS

برای بررسی دقیق موج خالص فرودی در مرحله‌ی اول موج را از درون خلأ عبور می‌دهیم و نمایه‌ی (x, y) آن را در مدت زمان $t = 1988 T_{i0}$ به دست می‌آوریم. تغییرات زمانی میدان الکتریکی موج فرودی را با اندازه‌گیری آن روی خطی که از محل ورود موج و در راستای انتشار می‌گذرد به دست می‌آوریم و نمایه‌ی (x, t) موج فرودی را می‌یابیم سپس تبدیل فوریه‌ی دوبعدی را انجام داده و میدان الکتریکی را در فضای (k_x, ω) به دست می‌آوریم آنگاه از رابطه‌ی بین توان و میدان الکتریکی موج تخت استفاده می‌کنیم و نمایه‌ی (k_x, ω) توان فرودی را مطابق شکل ۲ به دست می‌آوریم.



شکل شماره (۲): طیف بسامدی موج فرودی در $k_{xi} = k_{i0}$

در مرحله‌ی دوم با عبور موج فرودی از درون پلاسما موج خروجی که ترکیبی از موج فرودی و پراکنده است حاصل می‌شود و چون در شرایط غیرنسبیتی قطبش موج پراکنده و فرودی یکسان است پس فقط مؤلفه‌ی z را در نظر می‌گیریم. از آنجا که میدان الکتریکی بردار است و از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کند بنابراین با کم کردن سهم موج فرودی از آن که در مرحله‌ی اول به دست آمد، موج پراکنده‌ی خالص به دست می‌آید. برای مشابهت با هندسه‌ی ETS که در آن پس پراکندگی بررسی می‌شود توان پراکنده شده را در راستای y ($\theta = \pi/2$) می‌یابیم لذا تغییرات زمانی میدان پراکنده را روی خطی عمود بر راستای انتشار بررسی می‌کنیم و نمایه‌ی (y, t) موج پراکنده شده را می‌یابیم و با انجام عملیاتی مشابه با عبور موج فرودی از خلأ ولی این بار با استفاده از رابطه‌ی بین توان و میدان الکتریکی موج کروی توان پراکنده‌ی خالص را مطابق شکل ۳ به دست می‌آوریم



شکل شماره (۳): طیف بسامدی موج پراکنده در $k_{ys} = k_{i0}$

نتایج :

چگالی الکترون

هندسه‌ی شبیه‌سازی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که $\hat{E}_{i0} = \hat{z}$ و $\hat{S}_{i0} = \hat{1}$ که نشانگر وقوع پراکندگی در زاویه‌ی قطبی $\theta = \frac{\pi}{2}$ است پس با توجه به معادله‌ی ۳ برای چگالی به رابطه‌ی زیر دست می‌یابیم:

$$n_{e,TS} = \frac{P_s(\theta = \pi/2)}{P_i 2\pi L_s r_0^2} \quad (4)$$

چون پراکندگی غیرتجمعی را بررسی می‌کنیم پس نقاط $k_{xi} = k_{i0}$ و $k_{ys} = k_{i0}$ را در نظر می‌گیریم و نسبت P_s/P_i در معادله‌ی ۴ به صورت $P_s(\theta = \pi/2)/P_i 2\pi L_s r_0^2 = 2\pi \int_0^\infty P_{zs}(k_{ys} = k_{i0}, \omega_s) d\omega_s / P_{zi}(k_{xi} = k_{i0}, \omega_i) d\omega_i$ درمی‌آید. ضریب π برای تبدیل هندسه‌ی تیغه به کل فضا در نظر گرفته شده است و نسبت $P_s(\theta = \pi/2)/P_i$ با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ به دست می‌آید. طول پراکندگی به گونه‌ای انتخاب شده است که $L_s = N_w - 0.5$ که در آن N_w تعداد موج‌هایی است که در طول بازه‌ی شبیه‌سازی از درون تیغه عبور می‌کنند و برابر است با $N_w = 1988$. با توجه به رابطه‌ی ۴ برای چگالی به مقدار $n_{e,TS} = 2.91 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ دست می‌یابیم که با مقدار واقعی $n_e = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ توافق قابل قبولی دارد.

دمای الکترون



با توجه به معادله ۲ و با جایگذاری $f_e(\omega/k) = \exp\left[-\left(\frac{\omega}{kv_{th}}\right)^2\right]/\pi^{1/2}v_{th}$ برای پلاسما در تعادل گرمایی، توان پراکنده مطابق شکل ۲ یک توزیع گاوسی با انحراف معیار $\sigma = 0.092$ و میانگین $\mu = 1.043$ از خود نشان می‌دهد. با مقایسه‌ی این توزیع گاوسی و $f_e(\omega/k)$ معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\omega}{kv_{th}} = \frac{\omega_s/\omega_{i0} - 1}{2k_{i0}\sin(\theta/2)v_{th}/\omega_{i0}} = \frac{\omega_s/\omega_{i0} - \mu}{\sigma} \quad (5)$$

با استفاده از $v_{th} = \sqrt{2k_B T_e/m_e}$ که در آن k_B ثابت بولتزمن است برای دما رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$T_{e,TS} = \frac{m_e}{2k_B T_e} \left[\frac{\sigma \omega_{i0}}{2k_{i0}\sin(\theta/2)} \right] \quad (6)$$

بنابراین در $\theta = \pi/2$ مقدار دما به صورت $T_{e,TS} = 1089 \text{ eV}$ به دست می‌آید که با مقدار واقعی دما $T_{e,TS} = 1000 \text{ eV}$ در توافق خوبی است.

بحث و نتیجه گیری :

روش ذره در جعبه و به طور خاص کد آگزوپیک در شبیه‌سازی پدیده‌های غیرتجمعی نیز یک روش قابل اتکا محسوب می‌شود. نتایج به دست آمده نشان دهنده‌ی دقت بالای این روش است که ابهاماتی را که در مورد قابلیت کارایی این روش در شبیه‌سازی پراکندگی تامسون غیرتجمعی وجود داشت برطرف می‌کنند. نتایج به دست آمده دقت بالای سامانه‌ی ETS را نیز در ایتر به عنوان یک روش تشخیصی برای تعیین دما و چگالی پلاسما لبه به خوبی نشان می‌دهد. خطای مشاهده شده در شبیه‌سازی می‌تواند هم ناشی از خطای محاسباتی باشد و هم ناشی از در نظر نگرفتن اثرات نسبیته و اثرات میدان مغناطیسی. خطاهای محاسباتی را می‌توان با تغییر اندازه‌ی گریدها و یا افزایش تعداد ابر ذرات کاهش داد به گونه‌ای که هر ابر ذره نماینده‌ی تعداد کمتری از ذرات باشد و به این ترتیب خاصیت آماری روش ذره در جعبه کاهش و دقت محاسبات افزایش می‌یابد. بررسی میزان افزایش دقت با تغییر در تعداد ابر ذرات و مطالعه‌ی اثرات نسبیته و مغناطیسی روی نتیجه‌ی محاسبات اقداماتی است که در کارهای بعدی صورت خواهد پذیرفت.

مراجع:

- 1- S.L. Prunty, A primer on the theory of Thomson scattering for high temperature fusion plasmas, Phys. Scr. 89 (2014), 128001.
- 2- T.J. Dolan, Fusion Research Principles, Experiments and Technology, revised ed., Elsevier Science, 2013
- 3- D.H. Froula, S.H. Glenzer, N.C. Luhmann Jr., J. Sheffield, Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation: Theory and Measurement Techniques, second ed., Elsevier Science, Amsterdam, 2011.
- 4- A.W. Desilva, The evolution of light scattering as a plasma diagnostic, Contrib. Plasma Phys. 40 (2000) 23e35.



بیست و ششمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۸۰۷ اسفندماه ۱۳۹۸ - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تهران



-
- 5- M. Bassan, P. Andrew, G. Kurskiv, E. Mukhin, T. Hatae, G. Vayakis, E. Yatsuka, M. Walsh, Thomson scattering diagnostic systems in ITER, in: 17th International Symposium on Laser-Aided Plasma Diagnostics, Sapporo, Hokkaido, Japan, 27 September-1 October, 2015.