



بررسی نقطه‌ی گذار بین مد شیب دمایی یونی و مد الکترون به‌دام‌افتاده با استفاده از کد جنبشی -

چرخشی GENE

علی‌عسگریان، محمد^(۱) - میرشکاری، سعید*^(۱) - هتچ، دیوید^(۲)

۱- دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، گروه مهندسی هسته‌ای

۲- دانشگاه تگزاس در آستین، موسسه پلاسما‌ی گداخت، پژوهشکده گداخت

چکیده:

ریزنایپایداری‌ها در پلاسما‌ی مغناطیسه، باعث ایجاد آشفتگی‌هایی در پلاسما می‌شوند. مهم‌ترین ریزنایپایداری‌ها مربوط به مد الکترون به‌دام‌افتاده (TEM) و شیب دمایی یونی (ITG) است. این ریزنایپایداری‌ها عامل ایجاد ترابردهای غیرعادی ذرات و گرما به خارج از توکامک و در نتیجه مختل کردن محصورسازی هستند. لذا می‌بایست آن‌ها را کنترل کرد. در نقطه‌ی استثنایی گذار این دو مد، بسامد و نرخ رشد هر دو یکی بوده و نقش مد غالب تغییر می‌کند. با پیدا کردن این نقطه می‌توان برای کنترل همزمان این ریزنایپایداری‌ها از امواج رادیو بسامد با بسامدی برابر با بسامد هر دو مد استفاده کرد (بسامد مدها در این نقطه یکسان است).
کلمات کلیدی: ریزنایپایداری، مد الکترون به‌دام‌افتاده، TEM، مد شیب دمایی یونی (ITG)، گذار مدها، نقطه استثنایی

مقدمه:

ریزنایپایداری‌های ناشی از انحنای خطوط میدان مغناطیسی مانند مد شیب دمایی یونی (ITG)، مد الکترون به‌دام‌افتاده (TEM) می‌توانند در شرایط خاص برانگیخته شوند و آشفتگی‌هایی را درون پلاسما ایجاد کنند [۱]. این آشفتگی‌ها عامل اصلی ترابرد گرما و ذرات در پلاسما‌ی محصور شده با میدان مغناطیسی می‌باشند، که اگر کنترل نشوند می‌توانند محصور سازی را به طور کلی مختل کنند [۲].

اگر پلاسما را به‌عنوان دو سیال توصیف کنیم که به یکدیگر نفوذ می‌کنند، یک سیال برای یون‌ها و یکی برای الکترون‌ها، می‌توان برای توصیف پلاسما از معادلات، براگینسکی استفاده کرد [۳]. از آنجاکه این فقط یک تصویر ساده است، جملات برخوردی و ناهمسانگردی فشار بررسی نمی‌شوند. علاوه بر این، معادله‌ی انرژی تا حد زیادی به یک تحریک خالص از اختلال دما ساده‌شده می‌شود. بنابراین معادلات ساده‌شده به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \mathbf{u}_j) = 0 \quad (1)$$

$$m_j n_j \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_j \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_j = q_j n_j \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}_j \times \mathbf{B}}{c} \right) - \nabla p_j \quad (2)$$



$$\frac{\partial T_j}{\partial t} + \mathbf{u}_j \cdot \nabla T_j = 0 \quad (۳)$$

با استفاده از این معادلات و معادلات ماکسول و در نظر گرفتن شبه خشی بودن پلاسما و با فرض نوسانات هماهنگ $n_1, T_{i1} \propto \exp[i(kr - \omega t)]$ معادلات بسامد و نرخ رشد برای مد TEM به صورت

$$\omega_r = \frac{\omega_{Det}}{2} \left(1 + x_t - x_t \frac{R}{L_n}\right) \quad (۴)$$

$$\gamma = \sqrt{x_t} |\omega_{Det}| \sqrt{\frac{R}{L_{Te}} - \left(\frac{R}{L_{Te}}\right)_{crit}} \quad \text{و} \quad \left(\frac{R}{L_{Te}}\right)_{crit} = \frac{1}{4x_t} \left[1 + x_t - x_t \frac{R}{L_n}\right]^2 \quad (۵)$$

و برای مد ITG به صورت

$$\omega_r = -\frac{1}{2} \left[\tau_i \omega_{*i}^{(n)} - \omega_{Di} (1 + \tau_i) \right] \quad (۶)$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{4\tau_i} c T_{i0} k_y}{2 e B_0 R} \sqrt{\frac{R}{L_{Ti}} - \frac{1}{4\tau_i} \left[1 + \tau_i - \tau_i \frac{R}{L_n}\right]^2} \quad (۷)$$

به دست می‌آید [۴]. در این معادلات R شعاع بزرگ توکامک، L_n مقیاس طول شیب چگالی، L_{Te} مقیاس طول شیب دما، x_t کسر ذرات به دام افتاده، $\omega_{*i}^{(T)} = \frac{c T_{i0} k_y}{e B_0 L_{Te}}$ ، $\omega_{Di} = \frac{c T_{i0} k_y}{e B_0 R}$ و $\omega_{Det} = \frac{c T_{e0} k_y}{e B_0 R}$ می‌باشد.

روش کار :

شبیه‌سازی‌های موجود در این پژوهش با آخرین نسخه کد جنبشی-چرخشی GENE انجام شده است. این کد معادلات جنبشی-چرخشی را به صورت معادلات انتگرالی-دیفرانسیلی غیر خطی جنبشی-چرخشی در یک فضای فاز پنج بعدی حل می‌کند. هندسه‌ی این کد بر مبنای پارامترهای توکامک DIII-D طراحی شده است که به طور خاص این مجموعه پارامترها، سایکلون-بیس-کیس (CBC) نامیده می‌شوند [۵]. GENE از یک سیستم مختصات جهت‌گیری شده با میدان مغناطیسی $(x, y, z, v_{||}, \mu)$ استفاده می‌کند که در آن z مختصه‌ی موازی و در جهت خطوط میدان مغناطیسی است. در تقریب لوله‌ی شارش که در اینجا استفاده شده است؛ میدان مغناطیسی فقط به مختصه‌ی z وابسته است. مختصه‌ی شعاعی x نمایانگر سطوح شارش و مختصه‌ی y مشخص کننده خطوط میدان است. چون ما از شرایط مرزی تناوبی برای راستاهای x و y استفاده می‌کنیم، برای تمامی مقادیر (k_x, k_y) از تبدیلات فوریه‌ی استفاده می‌شود. همچنین $v_{||}$ و μ به ترتیب سرعت موازی و ممان مغناطیسی هستند.

معادله‌ی جنبشی-چرخشی که کد GENE آن را برای تابع توزیع بهنجار شده در حالت خطی حل می‌کند، به شرح زیر است:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \mathcal{L}[g] \quad (۸)$$



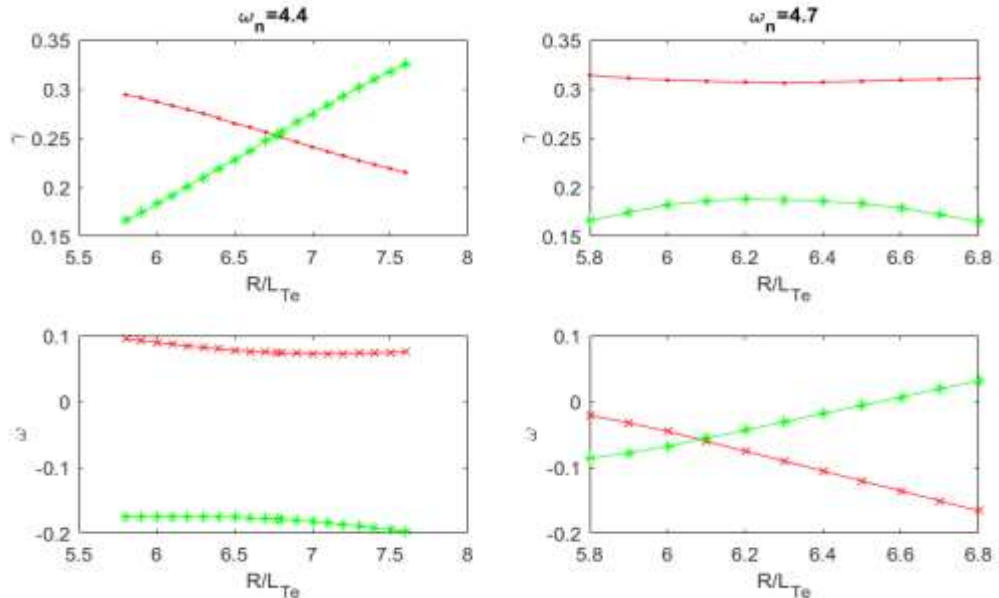
که در آن $L[g]$ جمله‌ی خطی معادله‌ی ولاسوف جنبشی-چرخشی به‌نچار شده است. برای حل این معادله کد GENE از یک حل کننده ویژه مقداری استفاده می‌کند [۶].

برای نشان دادن وجود دو سناریوی متفاوت مربوط به گذار مدهای TEM و ITG، شبیه‌سازی‌هایی با شیب چگالی و شیب دمای الکترونی متفاوت برای هر دو گونه الکترون و یون انجام شده است. برای اطمینان از همگرایی همچنین در حالت‌های غالب درجه‌ی پایین‌تر، از وضوح عددی (نسبتاً بالا) ۱۱ حالت k_x ، ۲۰ نقطه شبکه‌ی موازی و 12×64 نقطه در فضای $\mu - v_{\parallel}$ (سرعت) استفاده شده است. شیب دمای یونی در $R/L_{Ti} = 6$ ثابت نگه‌داشته شده است.

نتایج :

شکل شماره (۱) قسمت‌های حقیقی و موهومی دو ویژه‌مقدار ناپایدار را به‌عنوان تابعی از شیب دمای الکترون برای دو مقدار متفاوت شیب چگالی R/L_n نشان می‌دهد. برای $R/L_n = 4.4$ (نمودارهای سمت چپ)، ناپایدارترین حالت برای مقادیر کم R/L_{Te} دارای یک سرعت سوق است که در جهت دیامغناطیسی یونی است. بنابراین به‌عنوان یک مد شیب دمای یون (ITG) شناخته می‌شود. علاوه بر این، یک حالت الکترونی به‌دام‌افتاده غالب با درجه کمتر (TEM) با سرعت سوقی در جهت دیامغناطیسی الکترونی وجود دارد. حال اگر R/L_{Te} به مقداری در حدود $R/L_{Te} = 6.8$ افزایش یابد، TEM نقش مد غالب را بر عهده می‌گیرد، یعنی یک برخورد در نرخ‌های رشد خطی را می‌توان پیدا کرد. که مورد انتظار است، زیرا حالت‌های ITG و TEM به ترتیب توسط شیب دمای یون و الکترون برانگیخته می‌شوند. با این وجود، جالب است که اگر این اسکن برای مقدار بزرگ‌تری از شیب چگالی، یعنی $R/L_n = 4.7$ انجام شود (نمودارهای سمت راست) این تصویر به‌طور کلی تغییر می‌کند. در اینجا، نرخ رشد دو مد در کل محدوده‌ی R/L_{Te} یکدیگر را قطع نمی‌کنند، اما این بار بسامدها یکدیگر را قطع می‌کنند. آنچه مسلم است این است که در مقطعی در محدوده $4.4 < R/L_n < 4.7$ ، یک گذار کلی صورت می‌گیرد که در ادامه با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای پیدا کردن نقطه‌ای که گذار مدها در آن صورت می‌گیرد چند مجموعه از شبیه‌سازی‌ها تنظیم شده و اجرا شد. که در هر مجموعه از شبیه‌سازی‌ها شیب چگالی ثابت بوده و شیب دمای الکترونی از مقدار $5/8$ تا $6/5$ تغییر داده شده است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها در نمودارهایی با محورهای بسامد حقیقی-شیب دمای الکترونی و نرخ رشد-شیب دمای الکترونی رسم شده است. در مرحله‌ی قبل دیده شد که با افزایش شیب دمای الکترونی دو حالت برای مدها اتفاق می‌افتد؛ یا بسامدها یکدیگر را قطع می‌کنند (که ما از اینجا به بعد آن‌ها را حالت‌های بسامد قطع کننده می‌خوانیم) و یا نرخ رشد‌ها (نرخ رشد قطع کننده).



شکل شماره (۱): نرخ رشد γ و بسامد ω مربوط به مدهای TEM و ITG بر حسب شیب دمای الکترونی R/L_{Te} .

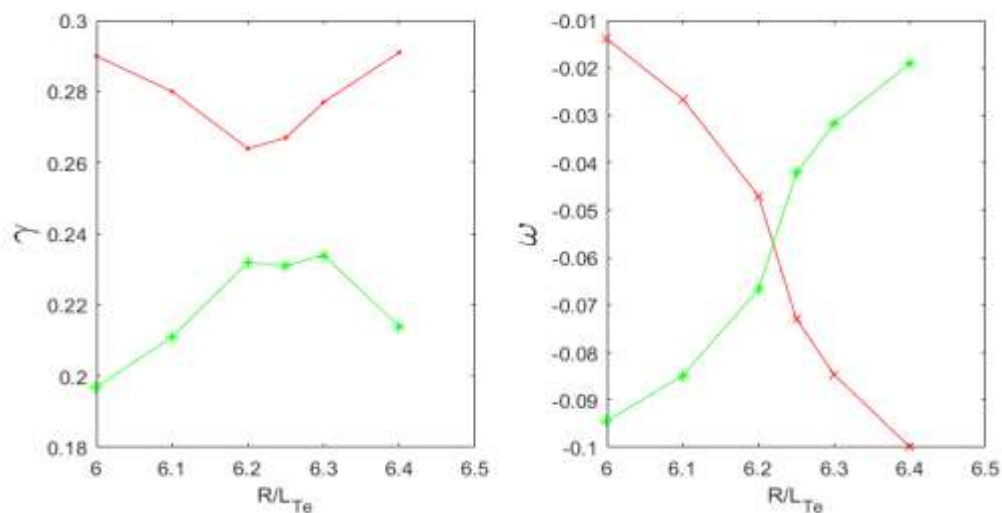
برای شیب‌های چگالی $4/4$ و $4/7$. در شیب چگالی $4/4$ گذار در نرخ رشد و در شیب چگالی $4/7$ گذار در بسامد

رخ می‌دهد.

با انتخاب دو مجموعه شبیه‌سازی با شیب چگالی $4/5$ و $4/65$ نتایج برای بسامدها و نرخ‌های رشد به دست آمد. مشاهده شد که شبیه‌سازی‌های با شیب چگالی $4/5$ از حالت‌های نرخ رشد قطع کننده (تلاقی خطوط نمودار در شیب دمای الکترونی $6/55$) و شبیه‌سازی‌های با شیب چگالی $4/65$ از حالت‌های بسامد قطع کننده می‌باشند (تلاقی خطوط نمودار در شیب دمای الکترونی $6/2$). نکته‌ی جالبی که در این مورد مشاهده می‌شود این است که در این شیب چگالی ($4/65$) نرخ‌های رشد دو مد ابتدا شروع به نزدیک شدن به هم کردند و درست در همان نقطه‌ای که بسامدها یکدیگر را قطع کردند، نرخ‌های رشد شروع به فاصله گرفتن از هم نمودند.

چون در شبیه‌سازی‌های مربوط به شیب چگالی $4/65$ رفتار مدها در نقطه گذار به این شکل بود، برای تنظیم کردن مجموعه شبیه‌سازی بعدی مقادیر شیب چگالی نزدیک به این مقدار انتخاب شد. از آنجایی که در این شیب چگالی گذار در نرخ رشد رخ داد، عدد $4/645$ برای شیب چگالی انتخاب شد (شکل شماره ۲). مشاهده می‌شود که این حالت نیز مانند حالت با شیب چگالی $4/65$ ،

از نوع بسامد قطع کننده است. نکته قابل توجه این است که دوباره در این حالت هم نرخ‌های رشد شروع به نزدیک شدن کردند و سپس در همان شیب دمای الکترونی که بسامدها یکدیگر را قطع کردند، شروع به فاصله گرفتن کردند. مجدداً شیب چگالی را کم کرده و مجموعه شبیه‌سازی‌ها را برای شیب چگالی $4/635$ انجام داده شد. نتایج در شکل شماره (۳) قابل مشاهده‌اند. نتایج دقیقاً عکس حالت قبل است، یعنی از نوع نرخ رشد قطع کننده بوده و بسامدها در ابتدا به یکدیگر نزدیک شده و در شیب دمای الکترونی که نرخ‌ها یکدیگر را قطع کردند (برابر با $6/25$) از یکدیگر فاصله گرفتند.



شکل شماره (۲): نرخ رشد γ و بسامد ω مربوط به مدهای TEM و ITG بر حسب شیب دمای الکترونی R/L_{Te} ، برای شیب چگالی $4/65$. در این شیب چگالی گذار در بسامد رخ می‌دهد.

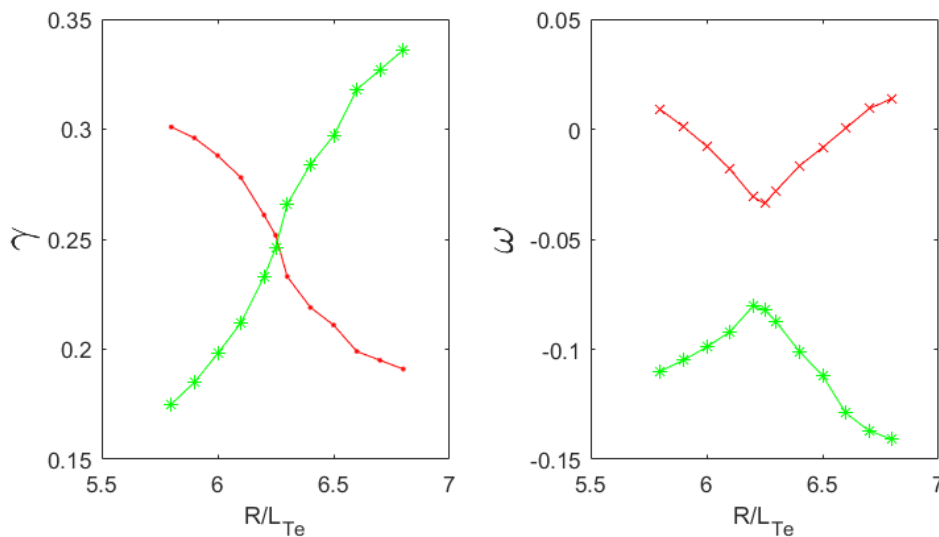
بررسی این شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که در یک شیب چگالی خاص هم بسامدها یکدیگر را قطع می‌کنند و هم نرخ‌های رشد، یعنی اتفاقی که در هیچ حالت دیگری نمی‌افتد، به همین خاطر این نقطه، نقطه‌ی استثنایی خوانده می‌شود. پیدا کردن این نقطه از آن جهت حائز اهمیت است که با پیدا کردن این نقطه می‌توان پروفایل‌های توکامک را به گونه‌ای تنظیم کرد که در این نقطه بی‌افتند و بنابراین می‌توان هر دو مد را باهم کنترل کرد. خصوصاً که اگر قرار باشد با امواج این کار را انجام دهیم، چون همان‌طور که بحث شد در این نقطه قسمت حقیقی و موهومی بسامد (نرخ رشد و بسامد حقیقی) با یکدیگر برابر می‌باشند.

با تکرار شبیه‌سازی‌ها با مقادیر دقیق‌تر شیب چگالی این نتیجه برآمد که نقاط استثنایی نقاط تکنه‌ای هستند و پیدا کردن آن‌ها از طریق محاسبات عددی امری امکان‌ناپذیر است. یعنی هر نقطه و با هر دقتی بازهم یا از نوع بسامد قطع کننده است یا نرخ رشد قطع کننده. ولی با انجام این شبیه‌سازی‌ها تا یک دقت خاص در واقع جواب گوی مسائل تجربی است.

بحث و نتیجه گیری :



با افزایش شیب دمای الکترونی، بین دو مد TEM و ITG گذار اتفاق می‌افتد و نقش مد غالب عوض می‌شود. گذارهای اتفاق افتاده در شیب‌های چگالی کمتر از ۴,۶۴۳۵، حالت‌هایی بودند که برای آن‌ها، گذار در نرخ رشد اتفاق می‌افتاد و حالت‌های با شیب چگالی بالاتر از این مقدار، دچار گذار در بسامد می‌شدند. همچنین مشاهده شد که فقط یک نقطه وجود دارد که در آن هم نرخ رشد و هم بسامد یکدیگر را قطع می‌کنند که به آن نقطه استثنایی می‌گویند.



شکل شماره (۳): نرخ رشد γ و بسامد ω مربوط به مدهای TEM و ITG بر حسب شیب دمای الکترونی R/L_{Te} .

برای شیب چگالی ۴,۶۳۵. در این شیب چگالی گذار در نرخ رشد رخ می‌دهد.

از آنجایی که در این نقطه بسامد و نرخ رشد مربوط به هر دو مد، یکسان هستند و همچنین با توجه به رابطه‌ی بین نرخ رشد مربوط به مدهای TEM و ITG و میزان ترابردها، می‌توان از این نقاط استثنایی برای از بین بردن همزمان این آشفتگی‌ها با استفاده از امواج استفاده کرد زیرا در این نقطه هر دو مد دارای یک نرخ رشد و بسامد هستند. بنابراین برای کنترل همزمان آن‌ها، به یک موج با بسامد برابر با بسامد این مدها در نقطه استثنایی نیاز داریم. با توجه به موارد گفته‌شده، پیشنهاد می‌شود که برای از بین بردن آشفتگی‌ها از نقاط استثنایی استفاده شود، بدین گونه که پروفایل‌های موردنظر به گونه‌ای تنظیم شوند که این مدها در شرایط نقطه‌ی استثنایی قرار بگیرند و با استفاده از امواج رادیو بسامد کنترل شوند.

مراجع :

[1] W. M. Tang, Microinstability theory in tokamaks, Nuclear Fusion, vol. 18, pages 1,3,7, (1978)
 [2] J. Citrin, Turbulent transport in tokamak advanced scenarios, Ph.D. thesis, Technische Universiteit Eindhoven, pages 47,48,50 (2012).



بیست و ششمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۸ و ۷ اسفندماه ۱۳۹۸ - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تهران



- [3] Braginskii S. I., Transport processes in a plasma, MA Leontovich, Reviews of Plasma Physics, Consultants Bureau, New York, pages 110, 121, 122, (1965).
- [4] D. Tilman, Gyrokinetische Simulation von Plasmaturbulenz mit gefangenen Teilchen und elektromagnetischen Effekten, Max-Planck-Institut for Plasmaphysic, pages 62.65, (2008)
- [5] T. Natalia, et al. "Verification of Gyrokinetic codes: Theoretical background and applications", Physics of Plasmas 24.5, 056115, (2017)
- [6] V. Hernandez, J. Roman, and V. Vidal, SLEPc: Scalable Library for Eigenvalue Problem Computations, Lecture Notes in Computer Science, page 6, (2003)