



مدل‌سازی عددی جریان دوفازی در کانال داغ عمودی با استفاده از مدل شار رانشی و معادله انتقال سطح تماس مشترک دو فاز

بهزادی محمد*^(۱) - مازندرانی حمیدرضا^(۲)

۱- دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی هسته‌ای گروه مهندسی راکتور

۲- دانشگاه علم و صنعت، دانشکده فیزیک

چکیده:

معادله انتقال سطح تماس مشترک دو فاز با توجه به معادله انتقال بولتزمن فرموله گردیده است. استفاده از روش‌های عددی برای حل معادلات جریان دوفازی به روش شار رانشی و یا به روش دو سیاله معمولاً برای بدست آوردن غلظت سطح تماس مشترک از روابط تجربی استفاده می‌کنند که این روابط به شدت به رژیم جریان دوفازی داخل کانال مرتبط می‌باشد، با تغییر رژیم جریان این روابط به صورت گسسته وارد معادلات شده که باعث واگرایی می‌گردد. در این کار معادلات شار رانشی و معادله انتقال تماس سطح مشترک با یکدیگر ترکیب گردیده و پنج معادله بدست آمده به روش نیوتن و به صورت کاملاً ضمنی حل گردیده و در نهایت جواب‌ها با نتایج تجربی و کدهای معتبر صحت سنجی گردیده است.

کلمات کلیدی: کسر خلا، جریان دوفازی، غلظت سطح تماس مشترک، روش نیوتن

مقدمه:

جریان دوفازی، نقش مهمی در بسیاری از کاربردهای صنعتی و پدیده‌های طبیعی دارد از جمله در نیروگاه‌های تولید برق برای انتقال انرژی از کوره، در مهندسی هسته‌ای برای طراحی و آنالیز رفتار راکتورهای آب جوشان (BWR) و یا در بررسی ایمنی راکتورهای آب تحت فشار (PWR)، در بررسی حوادث هسته‌ای مانند حادثه از دست رفتن خنک کننده، در مهندسی مکانیک برای بررسی کاویتاسیون پمپ، در صنعت نفت برای استخراج و طراحی خطوط انتقال نفت و گاز، در سیستم‌هایی که در آنها جوشش یا چگالش رخ می‌دهد مانند مبدل‌های حرارتی، کندانسورها، و در صنایع مختلف دیگر جریان دوفازی از اهمیت فراوانی برخوردار است.

از آنجا که جریان‌های دوفازی به صورت گسترده در صنایع مختلف استفاده می‌شود دانشمندان و محققین زیادی در زمینه جریانات دوفازی و مدل‌سازی این جریانات کارهای فراوانی انجام داده‌اند. برای مدل‌سازی جریان‌های دوفازی



دو مدل کلی شار رانشی^۱ و مدل دو سیالی^۲ وجود دارند. ناپایداری عددی و عدم قطعیت، دو مشکل مدل دو سیالی هستند. مدل شار رانشی که برای اولین بار توسط زوبر و فیندلی توسعه یافت مدلی مناسب برای تخمین کسر خلا^۳ در سیستم های دو فازی است. این مدل از پایداری عددی بهتری و همچنین از زمان CPU کمتری نسبت به مدل دو سیالی برخوردار است. و همچنین مدل شار رانشی چهار معادله ای به خوبی برای محدوده وسیعی از پدیده های ترموهیدرولیکی در یک راکتور آب سبک، کفایت می کنند.

مدل شار رانشی به وفور در محاسبات ترموهیدرولیک هسته ای مورد استفاده قرار گرفته است؛ اخیراً، لی و پارک بر اساس مدل شار رانشی یک نرم افزار ترموهیدرولیکی توسعه دادند. نرم افزار RETAN3D- [۱] برای شبیه سازی از مدل شار رانشی استفاده می کند و پروژه OVAP-FLICA [۲] توس فیلیون و همکاران برای شبیه سازی قلب راکتور انجام شده است و همچنین طالبی و همکاران [۳] جریانات دوفازی یک بعدی در یک کانال داغ عمودی را با استفاده از مدل شار رانشی مدل سازی کرده اند .

در آنالیز جریان دوفازی، کسر خلا^۴ و غلظت سطح تماس بین دو فاز^۵ (IAC) از پارامترهای مهم جریان دو فازی هستند که به محققین کمک می کنند تا درک بهتری از رفتار حاکم بر جریان داشته باشند. برای بدست آوردن غلظت سطح تماس بین دو فاز از معادله انتقال سطح تماس^۶ (IATE) استفاده می کنند این معادله توسط ایشی و کوکاموس تافا و گولاری بر پایه معادله انتقال بولتزنم که یک معادله آماری برای تو صیف توزیع ذرات است ارایه شد چون سطح تماس دو فاز نیز به تعداد ذرات داخل جریان بستگی دارد پس می توان بر پایه معادله انتقال بولتزنم آن را فرموله کرد. در بسیاری از کدهای هسته ای که از مدل دو سیالی^۷ و یا مدل شار رانشی^۸ استفاده شده است مانند RELAP5, COBRA, TRACE, WAHA3, CATHER, ATHLET و... برای به دست آوردن IAC از روابط تجربی که به رژیم جریان وابسته است، استفاده شده است. با توجه به این که IAC نقش مهمی در پیش بینی و توزیع کسر خلا دارد، استفاده

^۱Drift Flux Model

^۲Two Fluid Model

^۳Void fraction

^۴void fraction

^۵Interfaeial area concenitration

^۶Interfacia Area Transport Equation

^۷Tow Fluid Model

^۸Drift Flux Model



از این روابط تجربی در بعضی از رفتارهای گذرا^۹ و ... می‌تواند باعث پیش‌بینی نادرستی از کسر خلا و توزیع آن در طول کانال شود. هم‌چنین چون روابط تجربی IAC بر پایه رژیم‌های جریان است و به صورت توابع گسسته در معادلات ظاهر می‌شود، ترکیب این توابع گسسته باعث افزایش خطا و ناپایداری عددی در حل عددی معادلات می‌شود که برای برطرف کردن این موارد بهتر است IAC را از حل معادله IATE به دست آورد.

در این مقاله سعی شده است تا یک جریان دوفازی داخل کانال عمودی که تحت شارحرفاتی قرار دارد را با استفاده از مدل شار رانشی مدل‌سازی شود همچنین برای بدست آوردن IAC از معادله IATE استفاده شده است استفاده از این معادله به جای روابط تجربی باعث شده تا از خطا کاسته شود و همچنین در حل عددی، معادلات از پایداری عدی بهتری به وجود آید برای حل معادلات از روش نیوتن استفاده شده است.

روش کار:

مدل شار رانشی یک بعدی که با متوسط‌گیری روی مساحت سطح مقطع حاصل می‌شود برای مسائل پیچیده مهندسی بسیار کارا و مفید است. با متوسط‌گیری روی سطح اطلاعات مربوط به تغییرات متغیرها در راستای عمود بر جهت جریان در یک کانال؛ اساساً از دست می‌روند. بنابراین انتقال تکانه و انرژی دیواره و سیال باید با استفاده از روابط تجربی یا مدل‌های ساده شده مدل شود در این کار از معادلات بدست‌آمده توسط ایشی برای مدل شار رانشی یک بعدی استفاده شده است [4] که عبارتند از:

معادله پیوستگی مخلوط

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \frac{\partial}{\partial z} G_m = 0$$

معادله پیوستگی فاز پراکنده:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_g) + \frac{\partial}{\partial z} (\alpha \rho V_m) = \Gamma_w + \Gamma_{gl} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha \rho_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \right)$$

معادله انرژی مخلوط:

$$\frac{\partial \rho_m h_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m h_m v_m) = \frac{4q_w''}{D_h} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_g \rho_l \rho_g}{\rho_m} \Delta h_{gl} \overline{V_{gj}} \right) + \frac{\partial P}{\partial t} + \left(v_m + \frac{\alpha_g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \right) \frac{\partial P}{\partial z}$$

^۹Transient



معادله تکانه مخلوط:

$$\frac{\partial \rho_m v_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m v_m^2) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_g}{(1-\alpha_g)} \frac{\rho_l}{\rho_m \rho_g} \overline{v_{gj}^2} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_m g_z - \frac{f_m}{2D} \rho_m v_m |v_m|$$

در معادلات فوق $\overline{v_{gj}}$ بیانگر سرعت رانشی است که در این کار از رابطه Chexal-Lellouche [۶] از دقت بهتری

برخوردار است استفاده شده است. و Γ_w بیانگر سرعت تبخیر از سطح است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود: [۷]

$$\Gamma_w = \begin{cases} \frac{4q_w'' (h_l - h_{cr})}{D_h (h_l^s - h_{cr}) (1 + \varepsilon) h_{fg}} & h_{cr} \leq h_m \leq h_l^s \\ \frac{4q_w''}{D_h h_{fg}} h_l^s \leq h_m \end{cases}, \varepsilon = \frac{\rho_l [h_l^s - \min(h_l, h_l^s)]}{\rho_g h_{fg}}$$

و همچنین Γ_{gl} نیز بیانگر انتقال جرم بین دوفاز است، اندرسون [۸]. و همکارانش یک مدل انتقال جرم مرزی ارایه دادند. آنها در مدل خود فرض کردند که بخار و مایع در مرز بین هم همیشه در دمای اشباع مربوط به فشار بخار در آن منطقه باشند.

$$\Gamma_{gl} = \frac{h_{gl} A_{gl} (T_l - T^s)}{h_{fg}}$$

که در آن A_{gl} نشان دهنده غلظت سطح تماس مشترک بین دوفاز است که در اکثر کدهای هسته‌ای این ترم با استفاده از روابط تجربی محاسبه می‌شود که باعث افزایش خطا در محاسبات و همچنین چون روابط تجربی به صورت تابع‌های گسسته وارد معادلات می‌شوند باعث افزایش ناپایداری عددی در انجام محاسبات می‌شود در این کار برای کاهش خطا و همچنین پایداری عددی مناسب، غلظت سطح تماس مشترک از حل معادله انتقال سطح تماس مشترک (IATE) بدست می‌آید. این معادله براساس معادله انتقال بولتزمن اولین بار توسط ایشی و کوکاموس تافاوغولاری ارایه شد.

$$\frac{\partial a_g}{\partial t} + \nabla \cdot (a_g V_g) = \frac{2a_g}{3\alpha} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{d}{dz} (\alpha V_g) \right) + \varphi_{RC} + \varphi_{TI}$$

¹Ishi

²Kocamustafaogullari



در این کار برای بدست آوردن ترم‌های چشمه و چاه، معادله IATE از کارهای بیکی^{۱۲} و ایشی در سال ۲۰۰۲ [۹] استفاده شده است. که به صورت زیر می‌باشد:

$$\phi_{RC} = C_{RC} \frac{\alpha^2 \varepsilon^{1/3}}{D_b^{5/3} (\alpha_{\max} - \alpha_{\min})} \exp\left(-k_{RC} \sqrt{\frac{W_e}{2}}\right)$$

$$\phi_{TI} = C_{TI} \frac{\alpha(1-\alpha)\varepsilon^{1/3}}{D_b^{5/3} (\alpha_{\max} - \alpha)} \exp\left(-\frac{2k_{TI}}{W_e}\right) \quad , \quad C_{RC} = 1.82 \times 10^{-8} \alpha \text{Re}^3$$

$$K_{RC} = 1.29$$

$$\alpha_{\max} = 0.741$$

$$C_{TI} = 5.02 \times 10^{-10} \alpha \text{Re}^3$$

$$K_{TI} = 1.59$$

گسسته سازی معادلات

در این فعالیت برای گسسته سازی معادلات از روش تفاضل محدود^{۱۳} استفاده شده است. برای به دست آوردن میدان فشار واقعی و جلوگیری از نوسانات غیرفیزیکی از شبکه جابجا شده^{۱۴} استفاده شده است. در حوزه زمان نیز معادلات به صورت کاملاً ضمنی^{۱۵} در نظر گرفته شده‌اند. این مورد باعث می‌شود فرایند حل در حوزه زمان به ازای هر بازه زمانی بی قید و شرط پایدار باشد.

روش حل عددی معادلات شار رانشی

پس از گسسته‌سازی معادلات حاکم برای n نود مجهول در راستای کانال، یک دستگاه $4n$ معادله‌ای خواهیم داشت که تمامی آنها کاملاً غیرخطی و کوپل می‌باشند. برای حل دستگاه معادلات از روش نیوتن استفاده شده است. روش نیوتن یک روش بسیار کارآمد برای حل معادلات غیر خطی می‌باشد که سرعت همگرایی آن از مرتبه دو می‌باشد. دو نکته مهم در این روش، ایجاد یک حدس اولیه صحیح برای متغیرها و همچنین تشکیل ماتریس ژاکوبی می‌باشد. بهترین حدس اولیه

^{۱۲}Hibiki

^{۱۳}Finite difference

^{۱۴}Staggered mesh

^{۱۵}Fully implicit



در هر گام زمانی، در نظر گرفتن پارامترها مساوی با مقادیرشان در بازه زمانی قبلی می باشد. در هر بازه زمانی با چند تکرار به جواب همگرا شده خواهیم رسید. اگر شماره تکرارها را با اندیس k نشان دهیم روش نیوتون به صورت زیر در می آید.

$$F(U) = 0$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} U_p \\ U_\alpha \\ U_{v_m} \\ U_{h_m} \\ U_{ac} \end{bmatrix}$$

$$N = 3n, \quad n = \text{number of channel node}$$

$$F_j = \begin{bmatrix} F_{j1} \\ F_{j2} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{jn} \end{bmatrix} \quad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$U_p = \begin{bmatrix} P_1^{t+\Delta t} \\ P_2^{t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad U_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1^{t+\Delta t} \\ \alpha_2^{t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_n^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad U_{v_m} = \begin{bmatrix} v_{m1}^{t+\Delta t} \\ v_{m2}^{t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{mn}^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad U_{h_m} = \begin{bmatrix} h_{m1}^{t+\Delta t} \\ h_{m2}^{t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ h_{mn}^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad U_{ac} = \begin{bmatrix} a_{c1}^{t+\Delta t} \\ a_{c2}^{t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{cn}^{t+\Delta t} \end{bmatrix}$$

F بردار معادلات و U بردار مجهولات است. و اندیس j نشان دهنده شماره معادله است. بنابراین داریم:

$J=1$ برای معادله جداسازی پیوستگی مخلوط، $J=2$ برای معادله جداسازی شده پیوستگی فاز بخار، $J=3$ برای معادله جداسازی شده تکانه مخلوط و $J=4$ برای معادله جداسازی شده انرژی مخلوط است و $J=5$ برای معادله جداسازی شده انتقال سطح تماس مشترک است.

در معادلات فوق، F_{ji} معادله جداسازی شده j ام در نود i ام می باشد بنابراین داریم:

با استفاده از بسط تیلور، از رابطه زیر می توان بردار F را در تکرار جدید به دست آورد:

$$F(U^{k+1}) = F(U^k) + F'(U^k)(U^{k+1} - U^k) + \text{higher-order terms}$$

با صفر قرار دادن جملات با خطای بالاتر داریم:

$$F(U^k) = -J(U^k) \delta(U^k)$$

$$U^{k+1} = U^k + \delta(U^k)$$

هر یک از درایه های ماتریس ژاکوبی خود یک ماتریس است که با تشکیل آن می توان معادلات تشکیل شده را حل کرد.

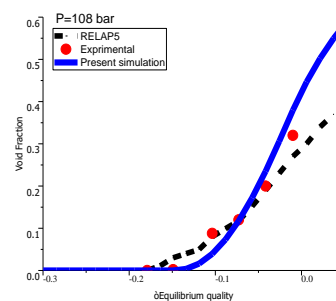
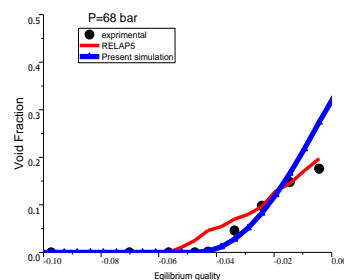
نتایج :

ارائه برای صحت سنجی روش عددی به کار گرفته برای حل معادلات شار رانشی و مدل استفاده شده نتایج را برای یک زیرکانال عمودی که تحت شار حرارتی قرار دارد ، در فشارها و دماهای ورودی مختلف بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل با کد RELAP5 و همچنین داده های تجربی مقایسه شده است. شرایط اولیه زیرکانال های مورد بررسی در جدول زیر و نتایج حاصله را در نمودارهای زیر آورده شده است.

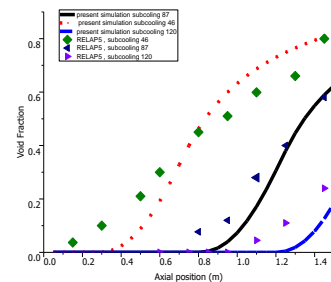
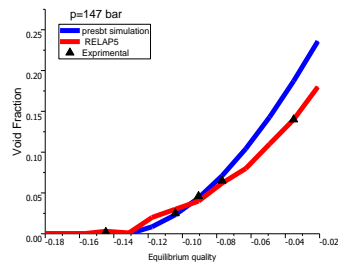
جدول ۱: شرایط اولیه زیرکانال های مورد بررسی

شماره نمونه	طول کانال (m)	شار حرارتی (kw/m)	دما ورودی (c)	دبی جرمی	فشار (bar)	قطر کانال (m)
۱	۱,۵	۴۴۰	۲۴۸	۹۹۸	۶۸	۰,۰۱۲
۲	۱,۵	۱۱۳۰	۲۲۹	۹۶۶	۱۰۸	۰,۰۱۲
۳	۱,۵	۱۷۰۰	۲۷۲	۲۰۱۴	۱۴۷	۰,۰۱۲

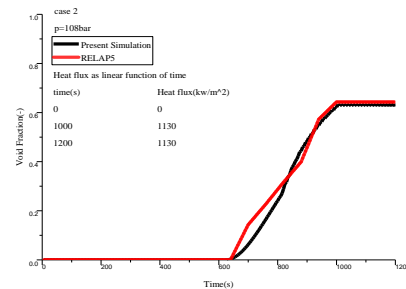
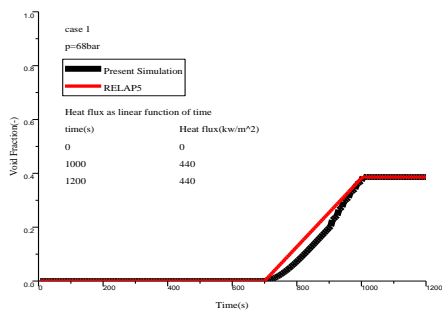
در نمودارهای ۱ تا ۴ نتایج حاصل از این شبیه سازی با نتایج تجربی و کد RELAP5 مقایسه شده است همان طور که از نتایج برمی آید شبیه سازی به خوبی صورت گرفته است.



نمودار ۱: مقایسه کسر خلا با کیفیت بخار ترمودینامیکی در فشار ۱۰۸ بار
نمودار ۲: مقایسه کسر خلا با کیفیت بخار ترمودینامیکی در فشار ۶۸ بار



نمودار ۳: تغییرات کسر خلا در طول کانال در دماهای ورودی متفاوت در فشار ۱۰۸ بار
نمودار ۴: مقایسه کسر خلا با کیفیت بخار ترمودینامیکی در فشار ۱۴۷ بار



نمودار ۵: تغییرات زمانی کسر خلا خروجی کانال در حادته افزایش شار حرارتی دیواره کانال در فشار ۱۰۸ بار.
نمودار ۶: تغییرات زمانی کسر خلا خروجی کانال در حادته افزایش شار حرارتی دیواره کانال در فشار ۶۸ بار.

بحث و نتیجه گیری :

با توجه به اهمیت جریان‌های دوفازی در صنایع مختلف مخصوصاً صنعت هسته‌ای در این کار سعی شده با ادغام معادلات شار رانشی و معادله انتقال سطح تماس مشترک (IATE) و انتخاب یک روش عددی مناسب برای حل معادلات از روش نیوتن استفاده شده است استفاده از روش نیوتن باعث گردیده تا با حل عددی به صورت کاملاً ضمنی معادلات اجازه انتخاب گام‌های زمانی بلند در حل معادلات داشته باشیم. استفاده از معادله انتقال سطح تماس مشترک به صورت پیوسته می‌باشد و همگرایی معادلات را دچار مشکل نمی‌کند. (بر خلاف روابط تجربی که به رژیم‌های جریان وابسته و به صورت



گسسته وارد معادلات شده و واگرایی جواب در گام های زمانی بلند را در گی داشتند. در قسمت نتایج به منظور مقایسه عملکرد مدل پیشنهادی، نتایج حاصل از این پژوهش را با نتایج تجربی و کد RELAP5 مورد مقایسه قرار گرفت که همان گونه که بیان شد مدل پیشنهادی از دقت مناسب و پایداری عددی خوبی برخوردار می باشد.

مراجع :

- [1] “RETRAN-3D- A Program for Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Complex Fluid Flow Systems: Volume 1: Theory and Numerics (Revision 3)”, NP-7450- V1R3, Electric Power
- [2] Fillion, Ph, Chanoine, A, Dellacherie, S, Kumbaro, A, “FLICA-OVAP: A new platform for core thermal-hydraulic studies”, Nuclear Engineering and Design, 241, p. p. 4348-4358, 2011.
- [3] Talebi, S., Kazeminejad, H., Davilua, H., “A numerical technique for analysis of transient two-phase flow in a vertical tube using the drift flux model”, Nuclear Engineering and Design, 242, p. p. 316-322, 2012.
- [4] Rong Situ, Takashi Hibiki, Mamoru Ishii, Michitsugu Mori. “Bubble Lift-off in Forced Convective Subcooled Boiling Flow”. International Journal of Heat and Mass Transfer 48(2005) 5536-5548
- [5] N.E. Todreas, M.S. Kazimi, Nuclear systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals, Taylor & Francis, 1990.
- [6] RELAP5, 1999. RELAP5/MOD3 Code manual, NUREG/CR]94[-5535. Sciencetech, Inc., Idaho Falls.
- [7] Andersen, JGM, Harrington R, Hizoum B,]93[“COBRAG Subchannel Code: Model Description Report NEDE-32199P”, Revision 1, 80 p, 2007.
- [8] Hibiki, T., Ishii, M., 2002. Development of one-group interfacial area transport equation in bubbly flow systems. Int. J. Heat Mass Transfer 45, 2351-2372..
- [9] Chexal, B.,]91[“Chexal-Lellouche void fraction correlation for generalized applications”, NSAC-139, 1991. [21] [22] R. Brndt, G. HAUFLE, G. NEUER, Thermal conductivity and emittance of solid UO₂, Purdue University, 1976.