



## مطالعه پراکندگی $d-d$ در کانال $^4\text{He}$ با استفاده از نظریه میدان مؤثر هاله‌ای

فرزین، محمدحسین<sup>(۱)</sup> - معینی آرانی، مهدی<sup>(۲)</sup> - رادین، مهدی<sup>(۱)</sup>

<sup>(۱)</sup> دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته‌ای

<sup>(۲)</sup> دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده فیزیک

### چکیده:

در این مقاله پراکندگی  $d-d$  در کانال  $^4\text{He}$  با استفاده از نظریه میدان‌های مؤثر هاله‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی دامنه‌ی پراکندگی برهم‌کنش مورد نظر بسط نظریه میدان مؤثر در پایین‌ترین مرتبه تعریف شده است. نظریه میدان‌های مؤثر باعث ایجاد یک بسط از مشاهده‌پذیرها در توانی از نسبت انرژی پائین  $k$  و انرژی بالا  $M_{hi}$  می‌شود. با مقایسه‌ی نتایج حاصل از بسط نظریه میدان مؤثر ایجاد شده در این پروژه با نتایج جابجایی فازی و نتایج برد مؤثر  $^1S_0$  کانال  $^1S_0$  نتایج محاسبات راستی‌آزمایی شده است. همچنین برای محاسبه حلقه‌ها از روش کم کردن واگرایی توانی و عادی‌سازی ابعادی<sup>۱</sup> استفاده شده است.

کلمات کلیدی: Halo Effective Field Theory, Effective Range, Dimensional Regularization

### مقدمه:

تکانه‌ی نوکلئون‌ها در هسته‌های سبک در مقایسه با تکانه‌هایی که در QCD (حدود 1 GeV) وجود دارند ناچیز هستند. در تکانه‌های کم، QCD به وسیله‌ی نظریه‌ی میدان‌های مؤثر به راحتی قابل نمایش است که این نظریه شامل کل احتمال‌های برهم‌کنش‌های دارای تقارن است [۱ و ۲]. نظریه میدان‌های مؤثر یک چارچوب کنترل شده‌ای را برای جدا سازی مقیاس‌ها در فیزیک هسته‌ای فراهم می‌کند. از موضوعات مهم در این بحث می‌توان به کوتاه‌سازی لاگراژین اصلی با استفاده از شمارش توانی تا دقتی مناسب اشاره کرد. بدین وسیله می‌توان خیلی از سیستم‌های چند جسمی را با استفاده از نظریه میدان‌های مؤثر مورد مطالعه قرار داد. مشابه با سایر رویکردها بسط نظریه‌ی میدان‌های مؤثر نیز برای هسته‌های بزرگ معمولاً با مشکلات محاسباتی مواجه می‌شود [۳ و ۴]. برای ایجاد بسط نظریه میدان مؤثر هاله‌ای، رفتار هم‌دوس ذرات در انرژی‌های پایین مورد بررسی قرار گرفته شده است. قابل ذکر است که با این روش برخی از مسائل مربوط به ساختار هسته‌ها کنار گذاشته می‌شود ولی با استفاده از آن می‌توان برخی از برهم‌کنش‌های اختر فیزیکی را

Effective Field Theory (EFT)

<sup>۲</sup>Leading order

Phase shift

Effective-range

Power divergence subtraction

Dimensional regularization



مورد مطالعه قرار داد. تحولات داخلی ذره دوترون توسط تکانه‌ی ذاتی آن ( $M_{hi}$ ) قابل توصیف است و این تکانه به مکانیزم همبستگی دوترون مرتبط است. برهمکنش d-d شامل برهمکنش بلندبرد کولنی و همچنین برهمکنش کوتاه‌برد قوی هسته‌ای است که در اینجا مسئله‌ی اصلی اهمیت نسبی سهم هر یک از این دو برهمکنش است. برهمکنش کولنی برای تکانه‌های کمتر از  $k_c = Z_1 Z_2 \alpha_e \mu$  (در این رابطه  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  نسبت ساختار ریز،  $\mu$  جرم کاهش‌یافته سیستم و  $Z_i$  بار الکتریکی ذرات هستند) به صورت غیراختلالی بررسی می‌شود. با توجه به این که d به صورت یک ذره در نظر گرفته شده است، تکانه‌ی ورودی سیستم ( $\vec{K}$ ) نباید بیشتر از تکانه بستگی d شود.

برخورد d-d با توجه به میزان انرژی ذرات فرودی منجر به یکی از برهمکنش‌های پراکندگی الاستیک d-d،  $d(p,t)-t$  و  $d(d,n)-{}^3\text{He}$  می‌شود که در این مقاله پراکندگی الاستیک d-d مورد بررسی قرار داده شده است. پراکندگی الاستیک d-d در انرژی‌های پایین شامل کانال‌های  ${}^1S_0$ ،  ${}^3S_2$  و  ${}^3P_{0,1,2}$  است. با توجه به این نکته که حالت پایه‌ی تابع موج ذره‌ی  $\alpha$  توسط کانال  ${}^1S_0$  توصیف می‌شود لذا پراکندگی d-d در کانال  ${}^4\text{He}$  با استفاده از نظریه میدان مؤثر مورد بررسی قرار داده شده است. در این مطالعه از روش میدان‌های کمکی دایمرونی<sup>۷</sup> در توصیف سیستم  ${}^1S_0$  استفاده شده است. و همچنین ثابت‌های ( $\Delta$ ) و ( $g$ ) با استفاده از برازش<sup>۸</sup> با مقادیر تجربی جابه‌جای فازی مشخص خواهند شد.

### روش کار:

برای بررسی پراکندگی d-d با بسط نظریه‌ی میدان‌های مؤثر هاله‌ای شروع می‌کنیم و آن را به مسئله اصلی که شامل برهمکنش کولنی است تعمیم می‌دهیم. محاسبات دامنه پراکندگی مربوط به نظریه میدان مؤثر به صورت مستقیم از فرمالیزم کونگ و روندال<sup>۹</sup> که شامل میدان‌های دایمرن است نتیجه می‌شوند [۵ و ۶]. پراکندگی دو ذره d با بار  $Z_d = 1$  و جرم کاهش یافته  $\mu = \frac{m_d}{2}$  در مختصات مرکز جرم که انرژی در آن  $E = \frac{k^2}{2\mu}$  است، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین d به صورت یک ذره نقطه‌ای در نظر گرفته شده است. لذا انرژی ورودی سیستم نباید بیشتر از انرژی واپاشی d ( $2.25 \text{ MeV}$ ) باشد. با توجه به اینکه تکانه ورودی سیستم  $k = \sqrt{2\mu_d B_d} = \sqrt{1816.6 \times 2.25} = 63.9148 \text{ MeV}$  بیشتر از  $k_c$  است. در این مقاله برهمکنش کولنی به صورت غیراختلالی مورد بررسی قرار گرفته است. یک میدان کمکی اسکالر به نام دایمرن ( $\phi$ ) با جرم مانده  $\Delta$  و ثابت جفت‌شدگی  $\eta$  معرفی شد و با استفاده از آن لاگرانژین مؤثر برهمکنش قوی مطابق رابطه‌ی (۱) تعریف شده است.

Dimeron Field

Fine-Tuning

Kong & Ravendal



$$\mathcal{L} = d_i^\dagger \left[ i\partial_0 + \frac{\vec{\nabla}^2}{2m_d} \right] d^i + \eta_0 \phi^\dagger \left[ i\partial_0 + \frac{\vec{\nabla}^2}{4m_d} - \Delta_0 \right] \phi + g_0 \left[ \phi^\dagger (d_i^\dagger P_{1S_0} d_j) + h.c. \right] + \dots \quad (1)$$

که  $P_{1S_0}$  عملگر تصویر است که به صورت  $P_{1S_0} = \delta_{ij}$  تعریف می‌شود،  $g_0, \eta_0 = \pm 1$  یک ثابت جفت شدگی و  $d$  میدان دوترون است. (... نشان‌دهنده جملات با مشتق‌های بالاتر است. علت به کارگیری هر دو علامت  $+$  و  $-$  برای پارامتر  $\eta_0$  تطابق آن با علامت برد مؤثر ( $r_0$ ) است. این علامت صرفاً به دلیل غیرفیزیکی بودن منشأ میدان اسکالر کمکی دایمرون است. در فضای تکانه انتشارگر مربوط به میدان  $d$  به صورت رابطه (۲) و انتشارگر دایمرون نیز با رابطه (۳) قابل بیان است.

$$iS_d(q_0; q) = \frac{i}{q_0 - \frac{q^2}{2m_d} + i\epsilon} \quad (2)$$

$$iD_d(q_0; q) = \frac{i}{q_0 - \frac{q^2}{4m_d} - \Delta_0 + i\epsilon} \quad (3)$$

برهمکنش الکترومغناطیسی در لاگرانژین (رابطه‌ی (۱)) به دو صورت استاندارد وارد می‌شود. این دو روش عبارت‌اند از تغییر مشتق به مشتق پیمانه‌ای هموردا و معرفی برهمکنش پیمانه‌ای ثابت که به وسیله اندازه میدان الکترومغناطیسی معرفی می‌شود. معمولاً برای محاسبات تجربی از پیمانه ثابت استفاده می‌شود. رابطه‌ی (۴) معرف برهمکنش مرتبه اصلی الکترومغناطیسی است و به وسیله پارامتر زامرفیلد توصیف می‌شود.

$$\eta(k) = \frac{Z_d^2 \alpha_{em} \mu}{k} = \frac{k_c}{k} \quad (4)$$

که در آن  $\alpha_{em}$  ثابت ساختار ریز و  $k_c$  معکوس شعاع بوهر سیستم  $d-d$  است. این پارامتر با افزایش  $\mu$  در صورت کسر افزایش می‌یابد. دامنه‌ی پراکندگی کل نیز با رابطه (۵) تعریف می‌شود؛

$$T = T_c + T_{cs} \quad (5)$$

که  $T_c$  و  $T_{cs}$  به ترتیب دامنه‌ی کولنی خالص و دامنه‌ی اندرکنش قوی کوتاه برد در حضور اثرات کولنی هستند. به وسیله‌ی یک جابه‌جایی فاز «کولنی تصحیح شده» ( $\delta_0^c$ ) مطابق رابطه (۶) تعریف می‌شود.

$$T_{cs} = -\frac{2\pi}{\mu} \frac{e^{2ie}}{k(\cot\delta_0^c - i)} = -\frac{2\pi}{\mu} C_\eta^2 \frac{e^{2i\sigma_0}}{2k_c[k(\eta) - H(\eta)]} \quad (6)$$

که در این رابطه  $\sigma_0$  جابه‌جایی فازی کولنی است و مطابق رابطه (۷) به دست می‌آید. فاکتور زامرفیلد نیز در رابطه‌ی (۸) بیان شده است.

$$\sigma_l = \arg(\Gamma(l + 1 + i\eta)) = \frac{1}{2i} \ln \left[ \frac{\Gamma(l + 1 + i\eta)}{\Gamma(l + 1 - i\eta)} \right] \quad (7)$$

$$C_{\eta}^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \quad (8)$$

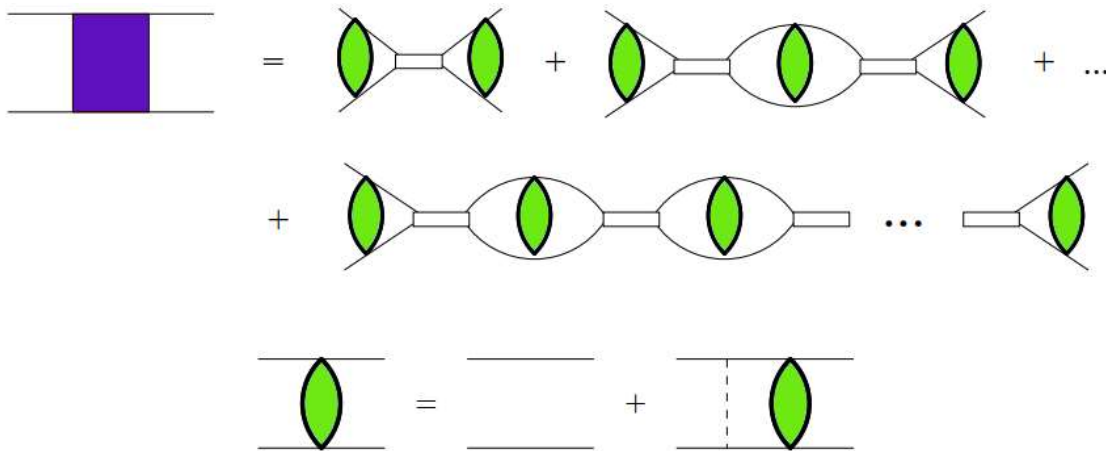
$\psi(z)$  تابع دیگاما  $\psi(z) = \left(\frac{d}{dz}\right) \ln \Gamma(z)$  است. تابع  $K$  و  $H$  نیز به ترتیب در روابط (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.

$$K(\eta) = \frac{C_{\eta}^2}{2\eta} (\cot \delta_0^c - i) + H(\eta) \quad (9)$$

$$H(\eta) = \text{Re}[\psi(1 + i\eta)] - \ln \eta + \frac{i}{2\eta} C_{\eta}^2 \quad (10)$$

رابطه (۱۱) نیز نشان‌دهنده دامنه‌ی  $T_{cs}$  به دست آمده از نظریه میدان‌های مؤثر با استفاده از معادله لیپمن شوینگر است [۷و۸].

$$T_{cs} = \sum_{n=0}^{\infty} \langle \chi^{\pm} | V_s (G_c^{\pm} V_s)^n | \chi^{\pm} \rangle \quad (11)$$



شکل ۱. مجموع دیاگرام‌ها در پایین‌ترین مرتبه برای  $T_{cs}$  با مربع بنفش نشان داده شده است. خط‌های دوتایی نشان‌دهنده انتشارگر دایمرون هستند. بیضی‌های سبز رنگ اندرکنش کامل فوتونی بین دوترون است. خط چین نماد تک فوتون تبادلی است.

$|\chi^{\pm}\rangle$  نشان‌دهنده تابع موج (خروجی / ورودی) کولنی خالص برای تکانه‌ی  $k$  و  $G_c$  در روابط (۱۱) و (۱۲) است.

$$G_c(E) = \frac{1}{E - Hc \pm i\epsilon} = 2\mu \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{|\chi_q^{\pm}\rangle \langle \chi_q^{\pm}|}{2\mu E - q^2 \pm i\epsilon} \quad (12)$$

عنصر ماتریسی برهمکنش قوی خالص (انتشارگر دایمرون) با پاهای خارجی به صورت زیر تعریف می‌شود.



$$\langle p' | V_s | p \rangle = g^2 D_d(E, 0) = \frac{\sigma g^2}{E - \Delta_0 + i\epsilon} \quad (13)$$

با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۳) نتیجه می‌شود:

$$T_{CS} = \frac{\sigma g_0^2}{E - \Delta_0 + i\epsilon} C_\eta e^{2i\sigma} \left[ 1 + \frac{\sigma g_0^2}{E - \Delta_0 + i\epsilon} J(E) + \left( \frac{\sigma g_0^2}{E - \Delta_0 + i\epsilon} J(E) \right)^2 + \dots \right] \quad (14)$$

با انجام جمع بالا که در شکل (۱) شرح داده شده است داریم:

$$T_{CS} = -\frac{2\pi}{\mu} C_\eta^2 e^{2i\sigma} \left[ \sigma \frac{2\pi\Delta}{\mu g_0^2} - \sigma \frac{2\pi E}{\mu g_0^2} - i\epsilon + \frac{2\pi}{\mu} J_0(E) + \dots \right]^{-1} \quad (15)$$

که  $J_0$  به صورت رابطه (۱۵) است.

$$J_0(E) = -\frac{\mu}{2\pi} \left\{ \frac{k}{D-3} + 2k_c \left[ H(\mu) + \frac{1}{D-4} - \ln \left( \frac{k\sqrt{\pi}}{2k_c} \right) - 1 + \frac{3}{2} C_E \right] \right\} \quad (16)$$

در رابطه (۱۵)،  $D$  ابعاد فضا-زمان،  $k$  پارامتر بازبهنجارش<sup>۱</sup> و  $C_E = 0.577 \dots$  ثابت اولیر- ماسکرونی<sup>۱</sup> است. بعد از به کار بردن روش عادی‌سازی ابعادی و کم کردن واگرایی توانی برای محاسبه حلقه‌ها، معادله ۱۵ به صورت ذیل خواهد شد [۷ و ۸].

$$T_{CS} = -\frac{2\pi}{\mu} C_\mu^2 e^{2i\sigma} \left[ \sigma \frac{2\pi\Delta^R}{\mu g_0} - \sigma \frac{\pi}{\mu^2 g_0^2} k^2 - 2k_c H(\eta) \right]^{-1} \quad (17)$$

که پارامتر  $\Delta^R$  در رابطه (۱۷) تعریف شده است.

$$\sigma \frac{2\pi\Delta^R}{\mu g^2} = \sigma \frac{2\pi\Delta(k)}{\mu g^2} - \frac{k}{D-3} - 2k_c \left[ H(\eta) + \frac{1}{D-4} - \ln \left( \frac{k\sqrt{\pi}}{2k_c} \right) - 1 + \frac{3}{2} C_E \right]^{-1} \quad (18)$$

با قرار دادن داده‌های جدول (۱) در رابطه (۶) و مقایسه آن با رابطه (۱۸) در پایین‌ترین مرتبه جرم باقی مانده و ثابت جفت شدگی به ترتیب برابر با مقادیر 0.0187068 و 0.0598011 به دست می‌آیند.



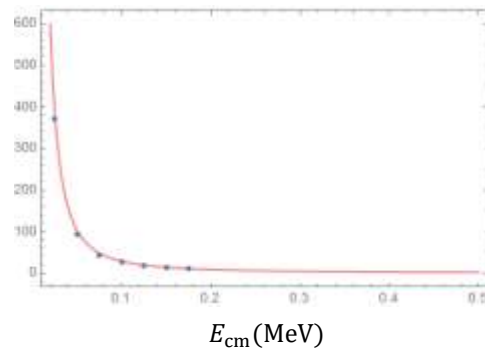
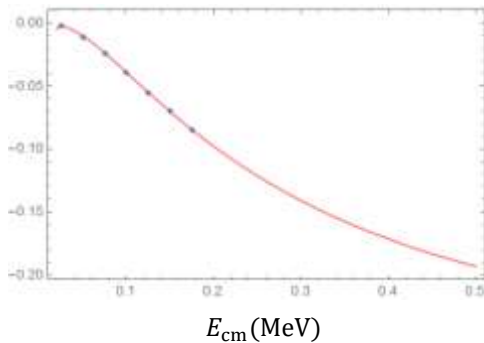
جدول (۱).  $\epsilon$  انرژی در مختصات مرکز جرم  $\delta_{00}$  و  $\sigma_0$  به ترتیب جابه‌جایی فاز و سطح مقطع برای  $d-d$  در کانال  $^1S_0$  هستند [9].

$\epsilon$ (keV)	$(\text{rad})\delta_{00}$	$\sigma_0(90^\circ) (fm^2)$
25	-0.002	369.6
50	-0.011	94.6
75	-0.024	44.1
100	-0.039	26.5
125	-0.055	18.3
150	-0.070	13.8
175	-0.085	11.1

نتایج به دست آمده برای سطح مقطع و جابه‌جایی فاز بر حسب انرژی در شکل‌های (۲) و (۳) آمده است.

### بحث و نتیجه‌گیری :

در این مقاله برهمکنش  $d-d$  مطابق نظریه میدان‌های مؤثر هاله‌ای مطالعه شده است. نظریه میدان‌های مؤثر، مستقل از مدل است و شامل همه برهمکنش‌های مجاز توسط تقارن‌های موجود در سیستم است.



شکل ۲. نقاط آبی رنگ داده‌های جدول (۱) هستند و خطوط قرمز از محاسبات نظریه میدان به دست آمده‌اند.

(منحنی سمت راست) سطح مقطع دیفرانسیلی در  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، (منحنی سمت چپ) جابه‌جایی فازی پراکندگی  $d-d$  در کانال  $^1S_0$ !



Phase Shift (Rad)

Cross Section (fm<sup>2</sup>)

در این مطالعه نظریه میدان‌های مؤثر برای برهمکنش کوتاه‌برد به همراه برهمکنش کولنی ساخته شده است. نتایج به دست آمده از پراکندگی d-d در کانال  $^1S_0$  به نتایج تجربی جابه‌جایی فاز جدول (۱) برازش داده شده‌اند و در نتیجه مقادیر پارامترهای  $\Delta_0$  و  $g_0$  بدست آمدند. سپس با استفاده از مقادیر محاسبه شده  $\Delta_0$  و  $g_0$  سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی d-d در زاویه  $90^\circ$  محاسبه و ارائه شد. نتایج نشان‌دهنده تطابق مناسب محاسبات با داده‌های تجربی است. در مطالعه‌های آتی به بررسی پراکندگی الاستیک در کانال  $^5S_2$  پرداخته خواهد شد.

مراجع :

- [1] Kaplan, D. B. (1997). More effective field theory for non-relativistic scattering. Nuclear Physics B, 494(1-2), 471-483.
- [2] Phillips, D. (2002). Building light nuclei from neutrons, protons, and pions. Czechoslovak Journal of Physics, 52(2), B49-B101..
- [3] Stetcu, I., Barrett, B. R., & Van Kolck, U. (2007). No-core shell model in an effective-field-theory framework. Physics Letters B, 653(2-4), 358-362.
- [4] B. Borasoy, E. Epelbaum, H. Krebs, D. Lee, and U.-G. Meißner, Eur. Phys. J. A 31, 105 (2007).
- [5] Kaplan, D. B., Savage, M. J., & Wise, M. B. (1998). Two-nucleon systems from effective field theory. Nuclear Physics B, 534(1-2), 329-355..
- [6] Ando, S., Shin, J. W., Hyun, C. H., Hong, S. W., & Kubodera, K. (2008). Proton-proton fusion in pionless effective theory. Physics Letters B, 668(3), 187-192..
- [7] Ando, S. I., Shin, J. W., Hyun, C. H., & Hong, S. W. (2007). Low energy proton-proton scattering in effective field theory. Physical Review C, 76(6), 064001.
- [8] Kong, X., & Ravndal, F. (2000). Coulomb effects in low energy proton-proton scattering. Nuclear Physics A, 665(1-2), 137-163..
- [9] Meier, W., & Glöckle, W. (1975). Elastic scattering 2H (d, d) 2H below 360 keV:(II). Theory. Nuclear Physics A, 255(1), 21-34.