



مقایسه شکل های مختلف پارامتر چگالی تراز وابسته به دما

موسوی حکمی سیده زینب - دهقانی وحید - علوی سید علیرضا

دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

چکیده:

چگالی تراز هسته‌ای به عنوان یکی از پارامترهای مهم در بررسی ساختار هسته و برهمکنش‌های هسته‌ای محسوب می‌شود. مدل گاز فرمی FGM یکی از مدل‌های شناخته شده چگالی تراز هسته به حساب می‌آید و دربرگیرنده انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالی تراز می‌باشد. چگالی تراز تک ذره‌ای در تعیین چگالی تراز هسته، نقش مهمی دارد. با در نظر گرفتن جرم موثر وابسته به دما در راستای مدل نیمه کلاسیکی، چگالی تراز تک ذره‌ای و به دنبال آن پارامتر چگالی تراز به صورت تابعی از دما به دست می‌آید. در این مطالعه پارامترهای چگالی تراز وابسته به دما اشلومو، لستونه و لستونه اصلاح شده ارائه شده است و نتایج به دست آمده از هر سه رابطه مقایسه شده است.

کلمات کلیدی: پارامتر چگالی تراز هسته‌ای، چگالی تراز تک ذره، مدل گاز فرمی

مقدمه :

چگالی تراز از پارامترهای مهم ساختار هسته به حساب می‌آید که با بهره گرفتن از آن سایر خواص ترمودینامیکی هسته از قبیل دما، آنترپی، فشار و ظرفیت گرمایی را می‌توان بدست آورد [1,2]. بطور کلی برای محاسبه چگالی تراز از دو روش مستقیم و غیر مستقیم استفاده می‌شود. در روش غیرمستقیم با محاسبه آنترپی و تابع پارش هسته و با بهره گرفتن از رابطه بین آنترپی و چگالی تراز هسته‌ای، چگالی تراز محاسبه می‌شود. به عنوان مثال: به مدل‌های آماری BCS و $SMMC$ می‌توان اشاره کرد [3,4]. در محاسبه چگالی تراز بطور مستقیم از روابط تقریبی که به صورت تئوری ارائه می‌شوند استفاده می‌شود. به عنوان مثال به مدل‌های آماری گاز فرمی، دمای ثابت و ابر سیال تعمیم یافته می‌توان اشاره کرد. در این مدل‌ها پارامتر چگالی تراز به روش تئوری و نیمه کلاسیک محاسبه می‌شود [3,5,6]. ساده‌ترین بیان تحلیلی برای بررسی چگالی تراز مدل گاز فرمی است که در آن هسته‌ها بدون برهمکنش در نظر گرفته شده و از اثرات تجمعی صرف نظر می‌شود. مدل $BSFGM$ با اعمال برخی اصلاحات در مدل گاز فرمی و با در نظر گرفتن جفت شدگی‌های نوکلئونی در برهمکنش‌های هسته‌ای، ارائه شده است. در مدل گاز فرمی چگالی تراز هسته‌ای دارای دو پارامتر چگالی



تراز تک ذره‌ای و انرژی برانگیختگی است. معمولاً پارامتر چگالی تراز به عنوان پارامترهای قابل تنظیم از طریق برازش داده‌های تجربی تعیین می‌شود. اگرچه برای محاسبه پارامتر چگالی تراز، به جز برازش از مدل‌های مختلف هسته‌ای مثل مدل قطره مایع، مدل پوسته‌ای و رابطه نیمه تجربی جرم نیز می‌توان استفاده کرد و این پارامتر را بطور مستقیم محاسبه نمود. پارامتر جرم تصحیح شده‌ی وابسته به دما با توجه به اینکه شکل وابسته به دمای آن با فرض $U = aT^2$ معرفی شده است (فرمول اشلومو)، با در نظر گرفتن اصلاحاتی، جملات دیگری نیز به این رابطه اضافه می‌شود که می‌توان به فرمول لستونه اشاره کرد. در این مطالعه جمله‌ی بعدی تصحیح نیز در نظر گرفته شده که برای تعدادی از هسته‌ها این سه شکل مقایسه خواهد شد.

روش کار :

در تئوری گاز فرمی چگالی تراز هسته‌ای به عنوان تابعی از انرژی برانگیختگی هسته به صورت زیر ارائه می‌شود [1] :

$$\rho(U) \propto \exp(2\sqrt{aU})/U^2$$

که در آن پارامتر چگالی تراز هسته‌ای (a) به صورت زیر تعریف می‌شود

$$a = \left(\frac{\pi^2}{6}\right) [g_p(\epsilon_F) + g_n(\epsilon_F)]$$

$g(\epsilon_F)$ چگالی ترازهای تک ذره‌ای نوترونی و پروتونی در انرژی تراز فرمی است. چگالی تراز تک ذره‌ای را می‌توان با

استفاده از روش توماس فرمی بدست آورد [1,8] :

$$g(\epsilon_F) = \frac{1}{\pi^2} \iiint \left\{ \frac{2m^*(r)}{\hbar^2} \right\}^{3/2} \{\epsilon_F - V(r)\}^{1/2} d\vec{r}^3$$

که m^* جرم موثر و V پتانسیل تک ذره می‌باشد. پتانسیل تک ذره‌ای $V = \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$ برای تک ذره نوترونی است و برای

تک ذره پروتونی پتانسیل کولنی نیز به آن اضافه می‌شود. رابطه برای جرم موثر به صورت زیر معرفی می‌شود [7] :

$$m^*(r) = m \{1 - \alpha f(r)\} \left\{ 1 - \beta \frac{df(r)}{dr} \right\} \quad (2)$$

و در آن $f_\beta(T)$ که تابعی از دمای ترمودینامیکی هسته می‌باشد به صورت زیر است

$$f_\beta(T) = \exp \left[- \left(\frac{TA^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \quad (5)$$



بنابراین چگالی تراز تک ذره ای و در نتیجه پارامتر چگالی تراز به صورت تابعی از دما به دست می آید. در مرجع [9] با استفاده از روابط انتگرال فرمی و تقریب ها رابطه ی زیر به دست می آید

$$a_{SN}(T) = \frac{A}{15.5 \text{ MeV}} \left\{ 1.56 + 1.83A^{-1/3} - \left[\frac{1.56 + 1.83A^{-1/3}}{1.35 + 5.82A^{-1/3}} \right] 0.65[1 - f_{\beta}(T)] \right\} \quad (6)$$

و داریم

$$a = \frac{A}{15.5 \text{ MeV}} \left(1.6 + 1.8A^{-1/3} - 0.5 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{TA^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right\} \right) \quad (7)$$

با استفاده از رابطه ی $a(T) = \frac{A}{K(T)}$ معکوس پارامتر چگالی تراز به صورت زیر به دست می آید

$$K(T) = \frac{15.5 \text{ MeV}}{1.6 + 1.8A^{-1/3} - 0.5 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{TA^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right\}} \quad (8)$$

رابطه ی (۶) با فرض $a_{eff}(T) = \frac{A}{K_{eff}(T)} = \frac{U}{T^2}$ به دست آمده است. در منبع [7] با توجه به اینکه $a(T)$ تابعی از دما

است، وابستگی انرژی برانگیختگی به صورت زیر اصلاح شده است

$$a_{eff} = a + 2U \frac{da}{dU} + \frac{U^2}{a} \left(\frac{da}{dU} \right)^2 \quad (9)$$

فقط با در نظر گرفتن $\frac{da}{dU}$ (صرفنظر کردن از $\left(\frac{da}{dU}\right)^2$) معکوس پارامتر چگالی تراز موثر به شکل زیر می شود

$$\frac{1}{K_{eff}(T)} = \frac{1}{K(T)} - \frac{T^2 A^{2/3}}{6830 \text{ MeV}^3} \exp \left[- \left(\frac{TA^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \quad (10)$$

نتایج :

در این قسمت فرمول به دست آمده برای شکل اصلاح شده فرمول لستونه ارائه می شود و نتایج به دست آمده از سه فرمول پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با هم مقایسه می شود. به ازای $T = 0$ در معادله ی (۶) حد پایین پارامتر a را به دست می آوریم

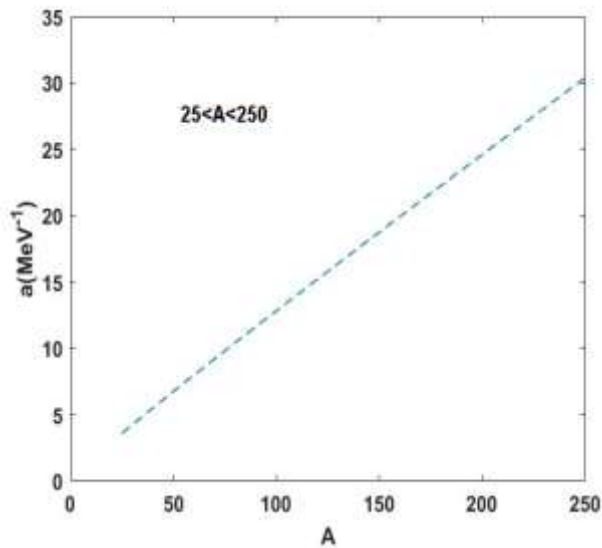


$$a_0 = \frac{A(1.6+1.8A^{-1/3})}{15.5 \text{ MeV}} \quad (11)$$

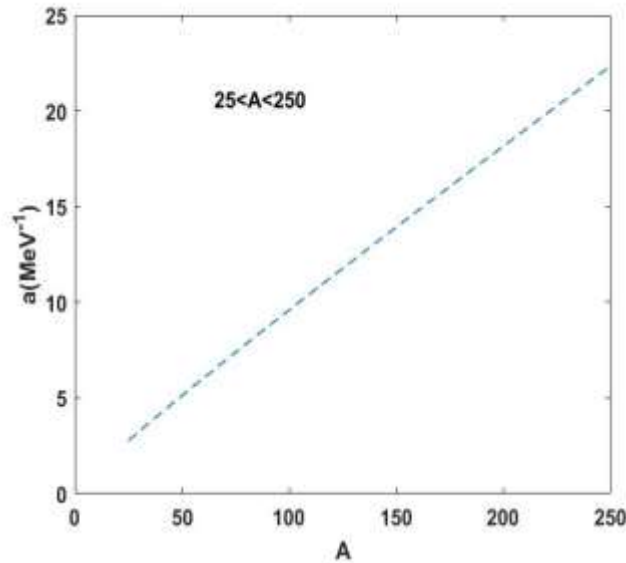
و به ازای $T \rightarrow \infty$ در معادله ی (۶) حد بالا پارامتر a را به دست می آوریم

$$a_\infty = \frac{A(1.1+1.8A^{-1/3})}{15.5 \text{ MeV}} \quad (12)$$

شکل های (۱) و (۲) تغییرات پارامتر a در دو حد دمای صفر و دمای خیلی زیاد را برای تعدادی از هسته های با $25 \leq A \leq 250$ نشان می دهد.



شکل شماره (۱). نمودار پارامتر چگالی تراز در دمای $T = 0$ نسبت به A .



شکل شماره (۲). نمودار پارامتر چگالی تراز در دماهای بالا $T \rightarrow \infty$ نسبت به A .

از آنجا که در اثبات اولیه معادله ی (۶) از رابطه ی زیر به صورت تقریبی (تنها دو جمله ی اول) استفاده شده است، جهت

اصلاح این نتایج می توان از شکل کامل رابطه استفاده نمود

$$a_{eff} = a + 2U \left(\frac{da/dT}{dU/dT} \right) + \frac{U}{a} \left(\frac{da/dT}{dU/dT} \right)^2 \quad (۱۳)$$

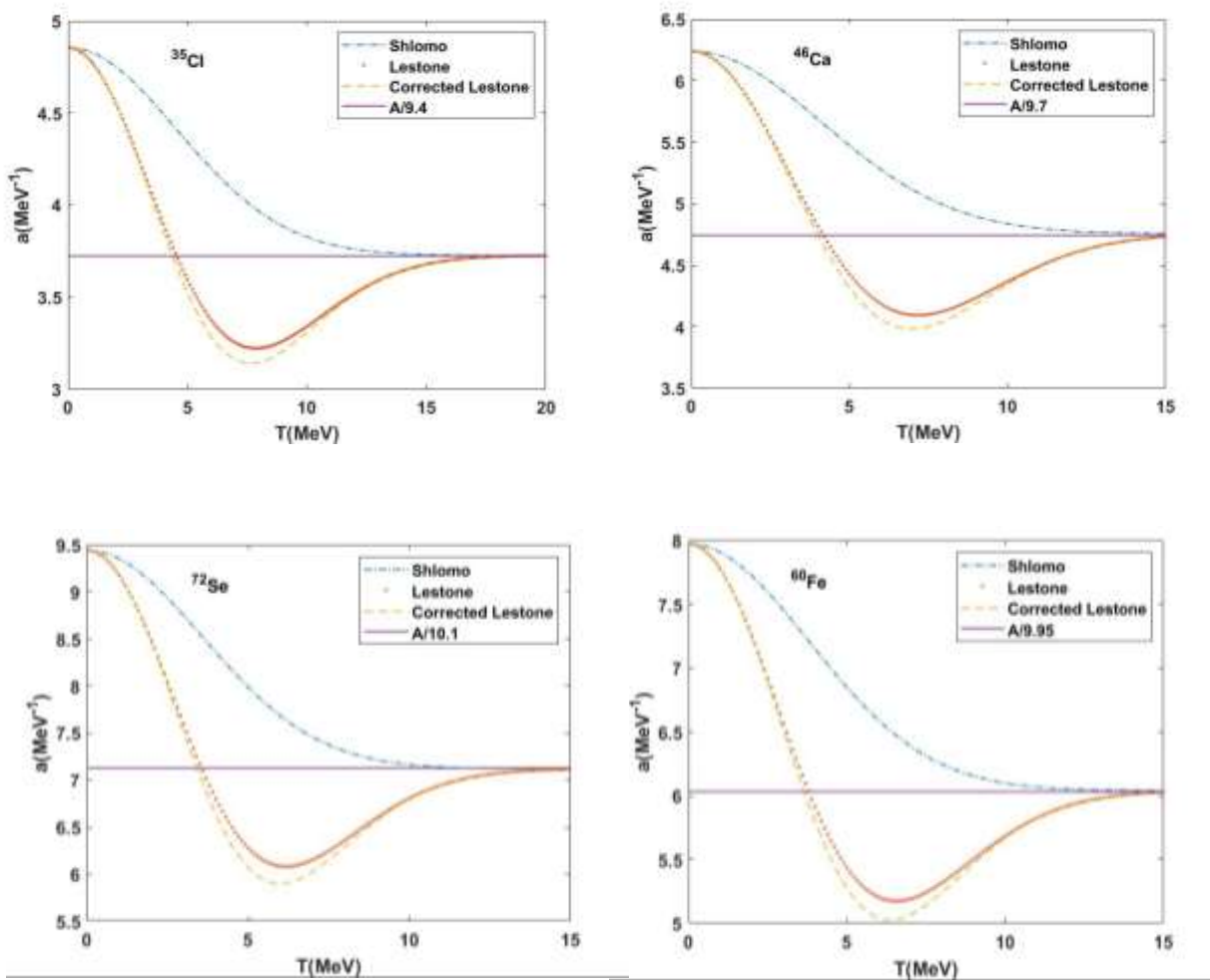
که در آن $\frac{da}{dT}$ و $\frac{dU}{dT}$ را به صورت زیر به دست می آوریم

$$\frac{da}{dT} = - \frac{A}{6830 \text{ MeV}^3} T A^{2/3} \exp \left[- \left(\frac{T A^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \quad (۱۴)$$

$$\frac{dU}{dT} \left\{ \frac{1.6 + 1.8A^{-1/3} - 0.5 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{T A^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right\}}{7.75} - \left(\frac{T^2 A^{2/3}}{6835.5 \text{ MeV}^3} \right) \exp \left[- \left(\frac{T A^{1/3}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right\} e$$



شکل (۳) نمودار پارامتر چگالی تراز وابسته به دما را از لستونه، اشلومو و لستونه ی اصلاح شده را برای هسته هایی با اعداد جرمی در بازه ی $25 < A < 250$ شامل ^{35}Cl ، ^{46}Ca ، ^{60}Fe و ^{72}Se در بازه ی دمایی $0 \leq T \leq 15$ را نشان می دهد. در حد بالا و پایین دما، هر سه فرمول نتایج یکسانی ارائه می دهند ولی در محدوده ی دمایی خارج از حد بالا و پایین دما (محدوده های میانی دمایی) فرمول اشلومو مقادیر بیشتری را برای پارامتر a می دهند و با توجه به شکل فرمول لستونه که دارای مینیمم است این اختلاف در دمای کمینه T_{min} ، بیشترین مقدار را دارد و به حدود 1MeV^{-1} می رسد.





شکل شماره (۳). نمودار پارامتر چگالی تراز موثر اشلومو (خط-نقطه)، پارامتر چگالی تراز موثر لستونه (نقطه چین) و پارامتر چگالی تراز موثر اصلاح شده از معادله ی (۱۳) (خط چین)

جدول (۱) پارامترهای چگالی تراز در T_{min} برای فرمولهای لستونه $a_1(min)$ ، لستونه ی اصلاح شده $a_2(min)$ و اشلومو a_3 را برای این هسته ها نشان می دهد. ستون دوم بازه دمایی ΔT است. ستون سوم دمایی را که در آن پارامتر چگالی تراز لستونه و لستونه ی اصلاح شده در آن کمترین مقدار را نشان می دهند، ستون چهارم و پنجم به ترتیب کمترین مقدار پارامتر چگالی تراز را در فرمول لستونه و لستونه ی اصلاح شده و ستون ششم مقدار پارامتر چگالی تراز در T_{min} را برای فرمول اشلومو نشان می دهد. اختلاف بین نمودارهای لستونه و لستونه اصلاح شده تقریباً ثابت و در حدود $0.1Mev^{-1}$ است. در حالی که اختلاف بین فرمول اشلومو و لستونه برای هسته ی سنگین تر بیشتر شده و بیش از $1.6Mev^{-1}$ می رسد.

جدول شماره (۱). پارامترهای چگالی تراز در T_{min} برای فرمولهای اشلومو، لستونه و لستونه ی اصلاح شده

Nucleus	ΔT	T_{min}	$a_1(min)$	$a_2(min)$	a_3
^{35}Cl	$4 \leq T \leq 11$	۷/۶	۳/۲۲	۳/۱۴	۴/۰۰
^{46}Ca	$4 \leq T \leq 10$	۷	۴/۰۹	۳/۹۸	۵/۱۱
^{60}Fe	$3.5 \leq T \leq 9.5$	۶/۵	۵/۱۴	۵/۰۳	۶/۴۸
^{72}Se	$3.2 \leq T \leq 8.5$	۶/۱	۶/۰۸	۵/۹۰	۷/۶۶

بحث و نتیجه گیری :

مدل گاز فرمی به عنوان ساده ترین مدل آماری برای توصیف چگالی تراز هسته ای و همچنین مدل BSFGM صراحتاً وابسته به پارامتر چگالی تراز هستند. از روش های مختلفی می توان وابستگی دمایی پارامتر چگالی تراز را در نظر گرفت.



فرمولبندی اشلومو یکی از این روش‌ها است که از تقریب نیمه کلاسیکی به دست آمده و همچنین فرمول لستونه به عنوان فرمول اصلاح شده اشلومو به حساب می‌آید. در این مطالعه با ارائه فرمول لستونه اصلاح شده، نتایج به دست آمده از هر سه رابطه، برای تعدادی از هسته‌ها با هم مقایسه شد، نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در محدوده دماهای خیلی زیاد و خیلی کم که هر سه رابطه نتایج یکسانی دارند. فرمول اشلومو با اختلاف قابل توجهی مقادیر بیشتری را نتیجه می‌دهد. برای چگالی تراز هسته‌ای، مشاهده می‌شود که نتایج مدل لستونه و لستونه‌ی اصلاح شده به طور نسبی با سایر مدل‌ها تفاوت بیشتری نشان می‌دهند.

منابع:

1. H. A. Bethe. Phys. Rev. 50, 332 (1936).
2. Till von Egidy, Dorel Bucurescu, Phys. Rev. C 72, 044311 (2005).
3. A. J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely, Nucl. Phys. A 810, 13-76(2008).
4. M. R. Pahlavani, S. A. Alavi, E. Farhadi, Mod. Phys. Lett. A 29, 1450017 (2014).
5. Z. Kargar, V. Dehghani, J Phys. G, 40, 045108 (2013).
6. H. T Nyhus, et al., Phys. Rev. C 85, 014323 (2012).
7. J. P. Lestone, Phys. Rev. C 52, 1118 (1995).
8. M. Prakash, J. Wambach, and Z. Y. Ma, Phys. Lett. B 128, 141 (1983).
9. S. Shlomo, J. B. Natowitz, Phys. Rev. C 44, 2878 (1991).