



بررسی برانگیختگی‌های اختلالی در همسایگی هسته‌های نزدیک لایه‌های بسته پروتونی یا نوترونی بین حدود دوکی شکل (Prolate) و پخت (Oblate)

جهانگیری تازه کند، زهرا* (۱) - صبری، هادی (۲)

^۱دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته‌ای

^۲دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته‌ای

چکیده:

وجود بعضی ترازها در طیف تحریکی انرژی هسته‌ها به نام برانگیختگی‌های اختلالی نشانه‌ای از ترکیب چند تقارن یا ترکیب شکل‌های تغییر شکل یافته با حالت کروی می‌باشد. برای این مطالعه پارامترهایی همچون ترازهای انرژی، اندازه حرکت‌های چند قطبی الکتریکی که ملاک و معیاری برای بررسی میزان کارآمدی مدل‌های تئوریک مختلف جهت مطالعه سیستم‌های هسته‌ای می‌باشد با استفاده از چندین روش از جمله IBMCM و استفاده از هامیلتونین بوهر با ارائه تقارن $Z(5)$ و هامیلتونین گذار با ارائه تقارن $SO(6)$ برای هسته‌های بین حدود دوکی شکل (Prolate) و پخت (Oblate) از جمله برای هسته ^{190}Hg انجام داده و مزایا و معایب هر کدام را نشان داده ایم.

کلمات کلیدی: برانگیختگی‌های اختلالی-طیف انرژی-چند قطبی‌های الکتریکی-تغییر شکل یافته

مقدمه:

بطور تجربی مشاهده شده است که هیچ هسته‌ای شناخته شده در طبیعت به صورت کامل یک شکل صلب ندارد و از آنجایی که هر شکل متناسب با یک تقارن دینامیکی است. پس هسته‌ها با یک تقارن دینامیکی به طور کامل قابل بررسی نخواهد شد. بلکه ترکیبی از تقارن‌ها را شامل می‌شوند با استفاده از مدل‌های مختلف هسته‌ای از جمله مدل جمع‌ی هندسی و مدل برهمکنش بوزونی می‌توان این پدیده را مطالعه کرد. مدل هندسی با استفاده از پارامترهای زاویه‌ای و شعاعی برای تعیین دقیق نقطه بحرانی بین حدود دوکی شکل (Prolate) و پخت (Oblate) متناظر با تقارن دینامیکی $O(6)$ برای توصیف ویژگی‌های ساختاری سیستم‌های هسته‌ای استفاده می‌نماید [۱]. مدل اندرکنش بوزونی IBM مطابق با سه تقارن دینامیکی $SO(6)$, $SU(3)$, $U(5)$ می‌باشد. هر کدام از این تقارن‌ها یک خصوصیت مشخص دارند و در اصل این سه حد را می‌توان در سه راس مثلث منسوب کرد. بیشتر سیستم‌های هسته‌ای ساختارشان به گونه‌ای است که در رئوس مثلث قرار نمی‌گیرند و به دلیل اینکه بیش از یک تقارن دینامیکی را دارا هستند در روی ساق‌های مثلث



جا گرفته اند یا به عبارت دیگر برای توصیف برانگیختگی های اختلالی با استفاده از هامیلتونی صورت می پذیرد که با استفاده از پارامتر کنترلی از ترکیب هامیلتونین دو حد حاصل می شود در واقع هسته ها در حال گذار فازی - شکلی هسته ای می باشند [۲]. در مدل IBMCM با استفاده از مدل اندرکنش بوزنی بر اساس یک هامیلتونین ترکیبی مناسب برای محاسبه طیف انرژی استفاده می شود. هسته های واقع در منطقه جرمی $A=118-128$ از جمله Hg دارای ویژگی گذار بین حدهای کروی و تغییر شکل یافته می باشد. به دلیل اینکه عدد جرمی نزدیک لایه ی بسته دارند، دارای اندرکنش کولنی می باشد که سبب تغییر شکل هسته می شود، همچنین به دلیل وجود تعداد قابل توجه نوترون ($N=66$) نیروی جفت شدگی باعث حفظ شکل کروی هسته می شود و ترکیب این دو نیرو سبب می شود هسته در این ناحیه ی گذار قرار گیرد [۳-۴]

روش کار :

۱- برانگیختگی های اختلالی در همسایگی لایه های بسته در قالب مدل IBM CM

در مدل IBM حالت پایه $0P-0h$ با N بوزون توصیف می شود که حالت های پایین اختلالی $O+$ از تحریک $2p-2h$ در جوار لایه بسته با $(N+2)$ بوزون توصیف می شود و برای هسته هایی که در ناحیه جرمی فرد قرار دارند با تحریکات $(1P-2h)$ یا $(2P-1h)$ انجام می گیرد این موضوع در مورد هسته های سنگین به ویژه در نزدیکی $Z=50$ در جوار $N=66$ و در نزدیکی $N=82$ در جوار $N=104$ صدق می کند [۵].

در مدل اندرکنش بوزونی تحریکات $P-h$ به این صورت فرض می شود که برای تحریکات $2p-2h$ فضای سیستم از N بوزون به صورت $N+2$ بوزون تعریف می شود برای هر دوی این شکل بندی ها از یک هامیلتونین ترکیبی استفاده می کنیم [۶-۷].

$$\hat{H} = \hat{H}_{reg} + \hat{H}_{2p-2h} + \hat{V}_{mix} \quad (1)$$

$$\hat{H} = \hat{P}_N^\dagger \hat{H}_{reg}^N \hat{P}_N + \hat{P}_{N+2}^\dagger \left(\hat{H}_{reg}^{N+2} + \square^{N+2} \right) \hat{P}_{N+2} + \hat{V}_{mix}^{N,N+2} \quad (2)$$

\hat{P}_N, \hat{P}_{N+2} اپراتورهای هستند که فضای N به $N+2$ مربوط می کند و $V_{mix}^{N,N+2}$ ترکیب فضای N و $N+2$ را توصیف می کند. که اندیس i فضای $N, N+2$ می باشد و n_d عملگر اپراتور بوزون d است.

$$\hat{H}_{reg}^i = \varepsilon_i \hat{n}_d + k_i \hat{L} \cdot \hat{L} + k_i \hat{Q}(x_i) \cdot \hat{Q}(x_i) \quad (3)$$

$$\hat{L} \cdot \mu = \left[\hat{d}^\dagger \times \vec{d} \right] \cdot \hat{\mu} \quad (4)$$

و اپراتور چهار قطبی به صورت زیر تعریف می شود:



$$\hat{Q}_\mu(X_i) = [s^\dagger \times \tilde{d} + d^\dagger \times s]_{\mu}^{(2)} + X_i [d^\dagger \times \tilde{d}]_{\mu}^{(2)} \quad (5)$$

که ترکیب بین دو حالت $N, N+2$ را توصیف می کند به صورت زیر می باشد:

$$\hat{V}_{mix}^{N, N+2} = \omega_0^{N, N+2} (s^\dagger \times s^\dagger + s \times s) + \omega_2^{N, N+2} (d^\dagger \times d^\dagger + \tilde{d} \times \tilde{d})^{(0)} \quad (6)$$

همچنین گذار دوقطبی برای ترکیب دو شکل بندی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{T}(E2)_\mu = \sum_{i=N, N+2} e_i \hat{P}_i^\dagger \hat{Q}_\mu(X_i) \hat{P}_i \quad (7)$$

در رابطه فوق $i = N+2, N$ و $\hat{Q}_\mu(X_i)$ اپراتور چهار قطبی تعریف می شود. توابع موج برای حالت $N, N+2$ به صورت زیر می باشد:

$$\psi(k, JM) = \sum_i a_i^k (J; N) \psi(s, d)_i^N (JM) + \sum_j b_j^k (J; N+2) \psi(s, d)^{N+2} (JM) \quad (8)$$

که وزن توابع موج برای فضای N بوزون که مجموع توان دوم دامنه ها می باشد.

۲- برانگیختگی های اختلالی در همسایگی لایه های بسته در قالب تقارن Z(5)

داده های تجربی نشان می دهند که ناحیه Hf-Hg ناحیه گذار فازی بین حدود پخت Oblate و دوکی شکل prolate معادله بوهر هیچ نقطه بحرانی را بین این حدود نشان نمی داد. بعدها در توصیف حدود مدل IBM نقطه بحرانی با تقارن O(6) برای این ناحیه گذار توصیف شد. و بعدها توسط بوناتسوس نشان داده شد که نقطه بحرانی با تقارن Z(5) بین توصیف گذار از حالت oblate به prolate است. در واقع گذار فازی شکلی Z(5) با O(6) متناظر است [۸].

هامیلتونین بوهر در حالت کلی به شکل زیر نوشته می شود که شامل جمله انرژی جنبشی ارتعاشی و انرژی جنبشی دورانی و پتانسیل های متفاوت می باشد

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 \frac{R_i^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi i}{3})} \right) \right] + V(\beta, \gamma) \quad (9)$$

β و γ مختصات جمعی و $R_i (i = 1, 2, 3)$ مولفه های گشتاور زاویه ای است و B پارامتر جرم است. در این هامیلتونین پتانسیل یک min در $\gamma = \frac{\pi}{6}$ دارد که همان نقطه میانی بین حالت oblate, prolate است. اگر در رابطه (9) وارد کنیم با فرض وجود یک چاه پتانسیل نامتناهی برای قسمت β و یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ که دارای مینیمی در $\gamma = \frac{\pi}{6}$ مدل Z(5) بدست می آید.

$$\begin{cases} \text{انرژی کاهش یافته} : \frac{2B}{\hbar^2} E = \epsilon = \epsilon_\beta + \epsilon_\gamma \\ \text{پتانسیل کاهش یافته} : \frac{2B}{\hbar^2} V(\beta, \gamma) = u(\beta, \gamma) = u_1(\beta) + u_2(\gamma) \end{cases} \quad (10)$$



برای ساده کردن هامیلتونین پارامترهای انرژی کاهش یافته و پتانسیل کاهش یافته را در هامیلتونین بوهر جایگزین می کنیم. با جداسازی متغیرها معادلات وابسته به متغیرهای β, γ, θ_i ها را به طور مستقل حل می کنیم. شکل توابع موج به

$$\Psi_{snLv}(\beta, \gamma, \theta_i) = \xi_{s,v}(\beta) \eta_n(\beta, \gamma) D_{M\alpha}^L(\theta_i) \quad (11)$$

فرم مقابل می باشد

$\theta_i = (i = 1, 2, 3)$ زوایای اولر و $D(\theta_i)$ تابع وینگر می باشد α تصویر اندازه زاویه ای در سیستم متصل به هسته در راستای محور x هاست M تصویر اندازه حرکت زاویه ای روی محور x ها در سیستم آزمایشگاهی است در نهایت طبق روش گفته شده در [۹] ویژه مقادیر انرژی برای تقارن $Z(5)$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\varepsilon_{\beta} = \varepsilon_{\beta; s, n, \omega, L} = \left(k_{s,v} \right)^2, \quad k_{s,v} = \frac{x_{s,v}}{\beta_w}$$

$$\varepsilon_{\bar{\gamma}} = \sqrt{\frac{2c}{\langle \beta^2 \rangle}} \left(n_{\bar{\gamma}} + \frac{1}{2} \right), \quad n_{\bar{\gamma}} = 0, 1, 2, \dots E(s, n, \omega, L, n_{\bar{\gamma}}) = E_0 + A \left(x_{s,v} \right)^2 + B n_{\bar{\gamma}} \quad (12)$$

مقادیر A, B, E_0 برای هر کدام از هسته ها از طریق برازش توسط برنامه متلب به دست می آید اپراتور گذار چهار قطبی الکتریکی در فرمالیسم $Z(5)$ به صورت زیر می باشد:

$$T_{\mu}^{(E2)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} t \beta \left(D_{\mu, 2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu, -2}^{(2)}(\theta_i) \right) \quad (13)$$

۳- هامیلتونین گذار و ارائه تقارن $SO(6)$

تقارن $SO(6)$ در ناحیه گذار بین $SU(3) \leftrightarrow \overline{SU(3)}$ قرار گرفته است. هامیلتونین گذار به شکل زیر تعریف شده است.

$$\hat{H}(N, \eta, \chi) = E_0 + \eta \hat{n}_d + \frac{\eta - 1}{N} \hat{Q}_{\chi} \hat{Q}_{\chi} + CL^2 \quad (14)$$

برای این هامیلتونین اگر تقارن $SO(6)$ در نظر بگیریم با در نظر گرفتن ویژه حالات و توابع موج مقادیر انرژی به صورت زیر خواهد شد:

$$\langle [N] \langle \sigma \rangle (\tau) \nu_{\Delta} LM \mid H \mid [N] \langle \sigma \rangle (\tau) \nu_{\Delta} LM \rangle = E_0 + \eta n_d + \frac{\eta - 1}{N} \varepsilon + CL(L+1) \quad (15)$$

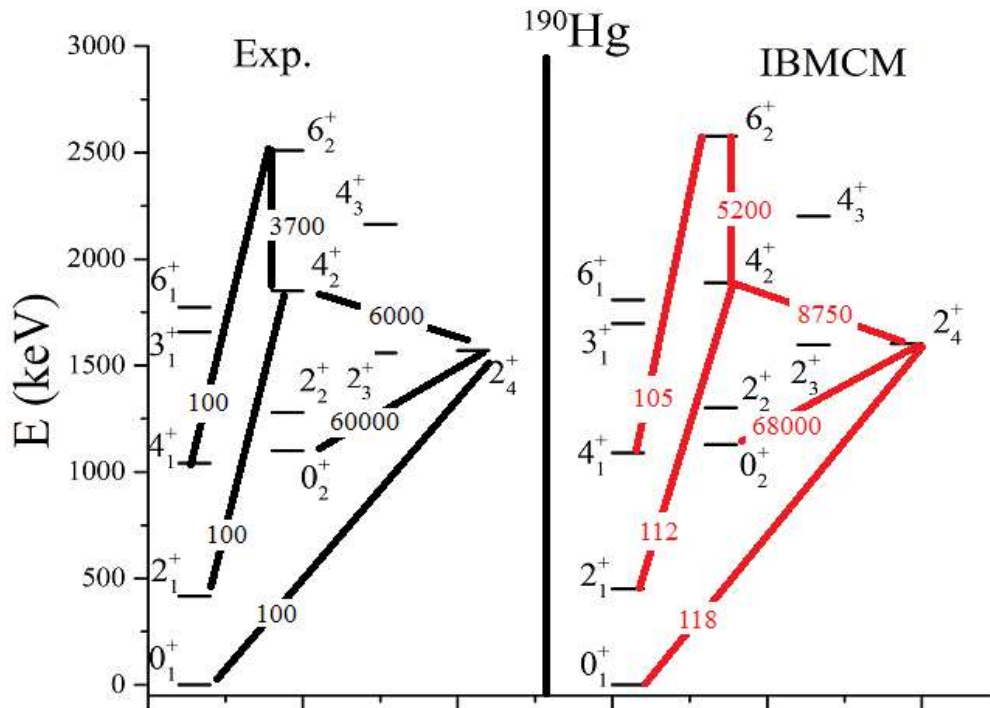
عملگر چهارقطبی می باشد و N تعداد کل بوزون $n_d = d^{\dagger} d$ و اپراتور بوزون d و $Q_{\chi} = (s^{\dagger} \bar{d} + d^{\dagger} s)^{(2)} + \chi (d^{\dagger} \times \bar{d})^{(2)}$ ها می باشد. η و χ پارامترهای کنترل می باشد که $\eta, (0, 1), \chi \left[\frac{\infty}{\sqrt{7/2}}, +\sqrt{7/2} \right]$ می باشد ما در ناحیه ای که کار می کنیم $\eta = 0$ عملگر گذار به صورت زیر تعریف می شود:

$$T^{(l)} = q_2 \delta_{l2} (d^{\dagger} \times s + s^{\dagger} \times d)_{\rho}^{(2)} + p_l (d^{\dagger} \times d)^l + r_0 \delta_{l0} (s^{\dagger} \times s)_{\rho}^{(0)} \quad (16)$$

نتایج :

الف) مدل IBMCM

محاسبات برای طیف انرژی و $B(E2)$ با بهترین مقادیر در مقایسه با مقادیر تجربی برای مدل IBMCM بدست آمده است. نتایج در شکل (1) آمده است.



شکل (۱) طیف انرژی در (keV) و $B(E2)$ در (w.u.) در چارچوب IBM CM در مقایسه با مقادیر تجربی برای هسته ^{190}Hg مقادیر تجربی از مرجع [۱۰] گرفته شده است

$$\varepsilon_N = 512.2, \varepsilon_{N+2} = 87.5, k_N = -24.5, k'_N = 0.24$$

$$X_N = 0.11, k_{(N+2)} = -19.2, k'_{N+2} = 0.49, X_{(N+2)} = -1.22 \text{ می باشد در واحد keV}$$

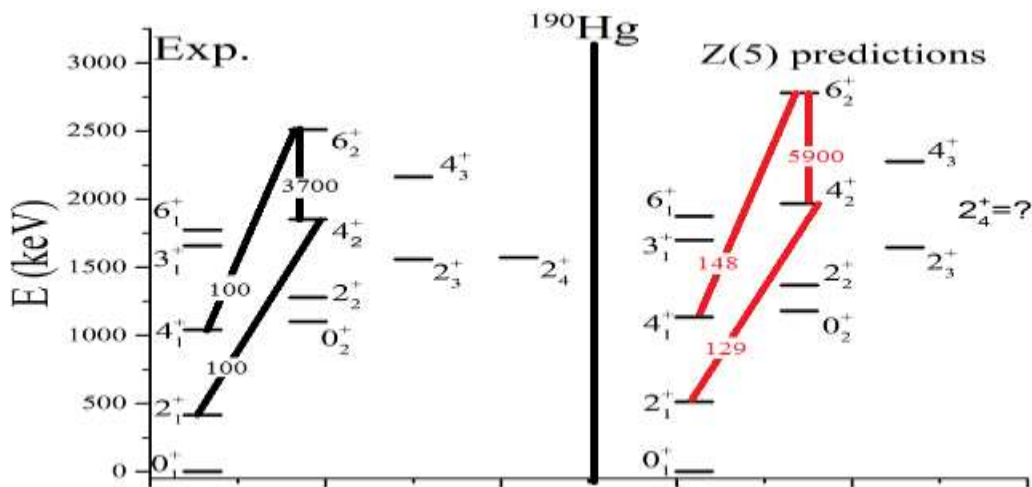
$$\Delta^{(N+2)} = 2950, w_0^{(N, N+2)} = 24, w_2^{(N, N+2)} = 10.5$$

$$e_N = 1.95z, e_{N+2} = -0.108 (w u)^{\frac{1}{2}}$$

با استفاده از این پارامترها در شکل (1) یک مقایسه بین IBMCM و مقادیر تجربی است که توافق خوبی نشان می دهد و همچنین نشان می دهد که حدس ما در پارامترها موفقیت آمیز است اما استفاده از این روش سهم تقارن ها را نشان نمی دهد

ب) مدل Z(5)

محاسبات برای طیف انرژی و B(E2) برای تقارن Z(5) در شکل (۲) به صورت زیر می باشد .



شکل (۲) پیش بینی مدل Z(5) برای طیف انرژی و B(E2) در مقایسه با مقادیر تجربی مقادیر تجربی از مرجع [۱۰] گرفته شده است پارامترهای هامیلتونین $A=2.315$, $E_0=1025$, $B=10.045$ keV همه واحدها

$$I_\beta = 0.107, t = 1.212 B(E2) \text{ همه واحدها } (W U)^{\frac{1}{2}}$$

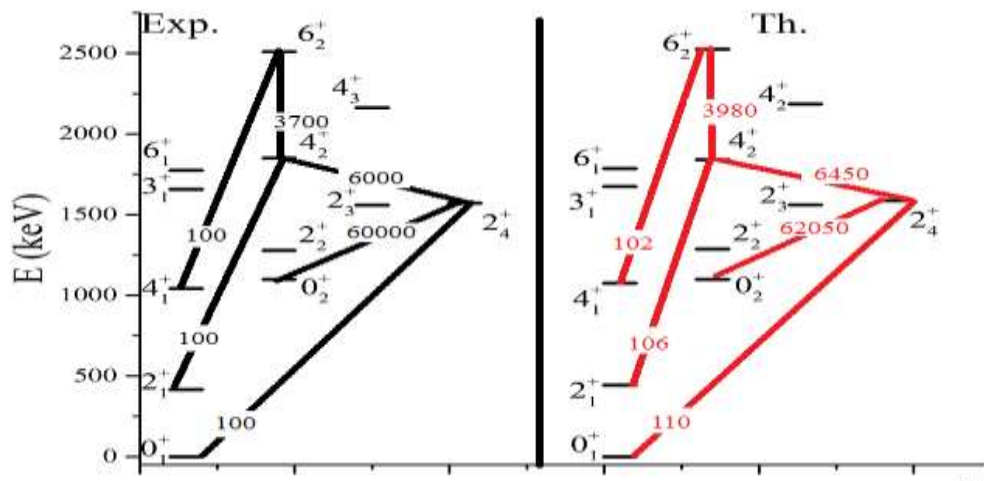
بعضی از حالت ها از جمله 2_4^+ مدل Z(5) در طیف تئوری پیش بینی نمی کند. در واقع می توان گفت که با در نظر گرفتن فقط تقارن Z(5) نمی توان تمام طیف انرژی را به دست آورد ما مجبور هستیم که حد U(5) را نیز در طیف خود اثر دهیم. برای بهتر شدن نتایج روشهای دیگر که یکی U(6) بر اساس استفاده از هامیلتونین گذار با ارائه تقارن SO(6) می باشد استفاده می کنیم .

ج) هامیلتونین گذار

محاسبات برای طیف انرژی و B(E2) بر اساس هامیلتونین گذار در شکل (۳) آورده شده است ما ابتدا فرض کردیم که $\eta = 0$ یعنی فرض کردیم که هسته ها در نزدیک نقطه بحرانی $SU(3) \leftrightarrow \overline{SU}(3)$ قرار دارد.

اگر ما مقدار η را صفر بگیریم با توجه به مقدار $\frac{1}{2}$ (خطای محاسباتی) پیش بینی $\sigma = \left(\frac{1}{N} \sum (E_{exp}(i) - E_{cal}(i))^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ تئوری متفاوت از تجربه خواهد بود . با توجه به اینکه زنجیره Hg نزدیک نقطه بحرانی prolate به oblate می باشد و

دارای تقارن $SO(6)$ می باشد ولی نتایج نقش تقارن $U(5)$ را در این زنجیره نشان می دهند پس ما برای بهتر شدن نتایج ترکیب دو تا تقارن را می گیریم. در واقع ساختار همزیستی دو تا تقارن در ^{190}Hg دیده می شود.



شکل (۳) نتایج $U(6)$ بر اساس هامیلتونین گذار پارامترهای هامیلتونین $E_0=566$, $C=2.14$ keV, $\eta = 0.83$ و پارامترهای اپراتورگذار چهارقطبی

واحدها (در $w.u.$) مقادیر تجربی از مرجع [۱۰] گرفته شده است $P_7 = -0.143, q_7 = 1.287$

بحث و نتیجه گیری :

هسته ^{190}Hg به دلیل اینکه $Z=80$ نزدیک به لایه بسته پروتونی می باشد. مناسب برای مطالعه برانگیختگی های اختلالی می باشد. این هسته در مدل IBM دارای تقارن $SO(6)$ یا تقارن $Z(5)$ مدل بوهر ماتلسون در ناحیه گذار فاز می باشد. بنابراین یک ساختار تغییر شکل یافته که با ساختار کروی ترکیب شده موجود می باشد همچنین با استفاده از اندرکنش بوزنی شامل ترکیب شکلها ($IBMCM$) و فرمالیسم تقارن $Z(5)$ مدل بوهر ماتلسون و با استفاده از هامیلتونین گذار با ارائه تقارن $SO(6)$ طیف انرژی و مقادیر چهار قطبی الکتریکی را محاسبه کردیم مدل $IBMCM$ توافق خوبی با مقادیر تجربی نشان می دهد اما استفاده از این روش سهم تقارن ها را نشان نمی داد. اما مدل $Z(5)$ تمام طیف هسته را بازیابی نکرد. ما روش دیگر که استفاده از هامیلتونین گذار است را پیشنهاد کردیم که برای بهتر شدن نتایج ترکیب دو تا تقارن را برای توصیف برانگیختگی های اختلالی در نظر گرفتیم.

مراجع :

- [1]. Bonatsos, D. (2004). critical points symmetry for prolate to oblate nuclear shape phase transition. *phys.lett.B*, 588, 172-179
- [2]. Iachello, F. (2005). Symmetry in nuclei and beyond. *Nuclear Physics A*, 751, 329
- [3]. Yoshida, S., Patra, S.K. (1994). Structure of neutron deficient Pt and Hg and Pb isotope. *s.Phys.Rew.C*, 50, 3



- [4]. Garcia-Ramos, J.E., Hellemans, V., Heyde, K. (2011). Platinum nuclei concealed configuration mixing and shape coexistence. Phys.Rev.C, 84,014331
- [5]. Heyde, K., Decoster, C. (1995). Multi particle multi hole excitation and new symmetries near closed shell. Physica Scripta, T56, 133-143
- [6]. Heyde, K., Jolie, J. (2004). phase transition versus shape coexistence. Phys.Rev.c, 69, 054304
- [7]. Garcia-Ramos, J.E. (2014). Nuclear shape coexistence a study of the even-even Hg
- [8]. Kesteloot, N. (2015). Deformed and mixing of coexisting shapes. Phys.Rev.C, 92, 054301
- [9]. Caprio, M. A. (2011). Dual algebraic structures for the two-level pairing model. Journal of Physics
- [10]. Balraj, S. (2003). Nuclear Data Sheets for A = 190. Nuclear Data Sheets 99, 2