



## جداسازی ایزوتوپ Xe-136 در یک آبشار Q با استفاده از $M^*$ بهینه و بررسی تاثیر محل ورود خوراک

علی اصغر قربانپور خمسه<sup>۱</sup>، فاطمه منصورزاده<sup>۱</sup>، سید جابر صفدری<sup>۱</sup>، سجاد خوشه‌چین<sup>۲</sup>، علی نوروزی<sup>۲</sup>

۱- سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده مواد و سوخت هسته‌ای

۲- سازمان انرژی اتمی ایران، شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران

**چکیده:** آبشار Q یک آبشار جریان برگشتی مدل با جریان پیوسته است. استفاده از روش تحلیلی برای حل معادلات غنا و نرخ جریان در این آبشار و زمان بسیار کم مورد نیاز برای حل این معادلات و همچنین عدم بروز مشکلات محاسباتی همانند همگرایی (بر خلاف روش‌های عددی) اهمیت استفاده از این مدل برای طراحی و مدل‌سازی آبشار به منظور جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزئی را نشان می‌دهد. در این مقاله به جداسازی ایزوتوپ Xe-136 در یک آبشار Q با ۲۰ مرحله جداسازی با استفاده از  $M^*$  بهینه پرداخته شده و تاثیر محل ورود خوراک بر تعداد آبشارهای مورد نیاز مورد بررسی قرار گرفته است. تعداد آبشارهای مورد نیاز برای رسیدن غنای ایزوتوپ Xe-136 از مقدار طبیعی ۰/۰۸۸۷٪ به بالای ۰/۹۹٪ در حالت‌های ورود خوراک از مراحل ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ مورد بررسی قرار گرفت که به ترتیب مستلزم استفاده از ۸، ۶، ۵ و ۴ بار استفاده از آبشار در هر مورد بود.

**کلید واژه:** ایزوتوپ‌های پایدار، جداسازی، زینان، آبشار Q،  $M^*$  بهینه

### ۱- مقدمه

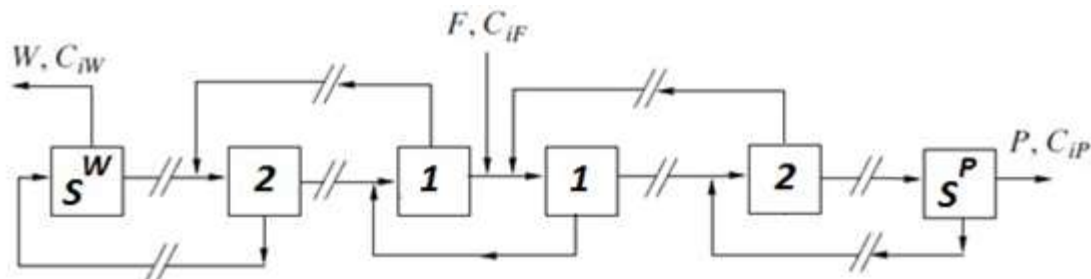
مطالعه آبشارهای مدل با جریان پیوسته، برای ارزیابی سریع پارامترهای جداسازی آبشارها و بهینه کردن آن‌ها به منظور جداسازی ایزوتوپ‌ها مفید است. در مورد جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزئی، آبشار Q به طور وسیعی از اواسط دهه ۱۹۶۰ به کار رفته است [۱]. آبشار Q یک آبشار با جریان برگشتی مدل با جریان پیوسته است. علت این نام‌گذاری به این دلیل است که برای جداسازی هر جزء در مخلوط ایزوتوپ چند جزئی، یک پارامتر Q به منظور جایگزینی غلظت با یک تابع دیگر، معرفی می‌شود. این معرفی صرفاً به منظور یافتن یک حل تحلیلی برای معادلات غیر خطی غلظت (غنا) است. مشابه یک آبشار ایده‌آل در سیستم دو جزئی، آبشار Q قادر به ارائه یک پروفایل برای غلظت جزء مورد نظر در جریان‌های خروجی مراحل است، که اطلاعات اولیه و مهمی را برای طراحی و شبیه‌سازی آبشار تامین می‌کند. اگرچه اساس مدل Q



برای آبشارهای با فاکتور جداسازی پایین مشتق شده است، با این وجود برای آبشارهای با فاکتور جداسازی کلی بالا (دلخواه) همانند آبشار ایده‌ال و آبشار MARC<sup>۱</sup> (که حالت خاصی از یک آبشار Q است)، نیز کاربرد دارد [۲].  
Xe-136 سنگین‌ترین ایزوتوپ زینان است که در دکتورها به منظور بررسی خواص نوترونیکی مواد و همچنین در شتابگرها کاربرد دارد. در این مقاله به جداسازی ایزوتوپ Xe-136 در یک آبشار Q با ۲۰ مرحله جداسازی با استفاده از  $M^*$  بهینه که در این مقدار نرخ کل جریان آبشار کمینه است، پرداخته شده و تاثیر محل ورود خوراک بر تعداد آبشارهای لازم برای رسانیدن غنای Xe-136 از مقدار طبیعی ۰/۰۸۸۷ به غنای بالاتر از ۰/۹۹ مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- تئوری

یک آبشار مدل با جریان برگشتی<sup>۲</sup> (MCCP) همانند شکل ۱ برای جداسازی مخلوط چندجزیی از یک ایزوتوپ را در نظر بگیرید. در این آبشار F جریان خوراک، P جریان سبک خروجی از آبشار، W جریان سنگین خروجی از آبشار، و  $C_i^F$ ،  $C_i^W$  و  $C_i^P$  به ترتیب غلظت اجزا در جریان خوراک، جریان سبک و سنگین خروجی از آبشار هستند. i برابر ۱ تا  $N_c$  و  $N_c$  تعداد اجزا مخلوط به ترتیب افزایش جرم اجزاء است. برای روشن شدن مفهوم، در آبشار سمت خروجی محصول، سمتی در نظر گرفته می‌شود که سبک‌ترین جزء ( $i=1$ ) غنی شده و از آبشار خارج می‌شود و سمت دیگر به عنوان پسماند در نظر گرفته می‌شود. شمارش تعداد مراحل از مرحله خوراک شروع شده و به سمت مراحل غنی‌سازی و تهی‌سازی شماره‌گذاری می‌گردد.





شکل ۱: شمای یک آبشار با جریان برگشتی

بر این اساس و با استفاده از موازنه جرم و انجام یک سری عملیات ریاضی روابط دیفرانسیلی (۱) و (۲) برای تغییرات غلظت (غنا) هر جزء از ایزوتوپ چند جزئی به ترتیب برای قسمت‌های غنی‌سازی و تهی‌سازی حاصل می‌گردد [۳].

$$\frac{dC_i}{dS} = -C_i \sum_{j=1}^{N_c} \varepsilon_{ij} C_j + \frac{2P}{L_S} (C_i^P - C_i), \quad 0 \leq S \leq S^P (S^P + 1 = N - f); i = 1, 2, \dots, N_{c-1}; \sum_{j=1}^{N_c} C_j = 1 \quad (1)$$

$$\frac{dC_i}{dS} = C_i \sum_{j=1}^{N_c} \varepsilon_{ij} C_j + \frac{2W}{L_S} (C_i^W - C_i), \quad 0 \leq S \leq S^W (S^W = f); i = 1, 2, \dots, N_{c-1}; \sum_{j=1}^{N_c} C_j = 1 \quad (2)$$

که S شماره مراحل مد نظر،  $C_i$  غلظت جزء i،  $L_S$  نرخ جریان ورودی به مرحله S و  $S^P$  و  $S^W$  به ترتیب تعداد مراحل قسمت غنی‌سازی و تهی‌سازی می‌باشند.  $\varepsilon_{ij}$  ضریب غنی‌سازی کلی برای جفت جزء i و j است. حل دسته معادلات (۱) و (۲) به علت وجود ترم غیرخطی  $\sum_{j=1}^{N_c} \varepsilon_{ij} C_j$  تنها با استفاده از روش‌های عددی امکان‌پذیر است و برای حل تحلیلی آن‌ها باید این روابط را خطی نمود. خطی کردن این معادلات منجر به رابطه زیر می‌شود [۴]:

$$\sum_{j=1}^{N_c} \frac{2PC_j^P}{L_S} \int_0^S \varphi_{i,t} \exp[\varepsilon_{ij}(S-t)] dt = \sum_{j=1}^{N_c} \frac{C_j^F L_F}{L_S} \exp(\varepsilon_{ij} S) \quad (i = 1, N_c) \quad (3)$$

نکته اصلی در این روش، جایگزینی غلظت‌های  $C_{i,S}$  با توابع مشخصه  $\varphi_{i,S}$  می‌باشد که معادله انتقال جرم (۱) در یک آبشار را به فرم انتگرالی معادله (۳) تبدیل می‌کند. با در نظر گرفتن  $S = S^P - 1$  معادله (۳) به صورت زیر در می‌آید [۵]:

$$\varphi_i(l) + \sum_{j=1}^{N_c} \frac{2PC_j^P}{L(l)} \int_0^l \varphi_i(t) \exp[\varepsilon_{ij}(l-t)] dt = \sum_{j=1}^{N_c} \frac{C_j^P L(0)}{L(l)} \exp(\varepsilon_{ij} l) \quad (i = 1, N_c) \quad (4)$$

با داشتن شرط مرزی  $G_i(0) = C_i^P L(0)$  (نرخ جزئی جریان است) معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$G_i(l) = L(l)G_i(l) = \frac{L(0)C_i^P + 2PC_i^P \int_0^l \varphi_i(t) dt}{\varphi_i(l)}, \quad (i = \overline{1, N_c}) \quad (5)$$



که  $L(0)$  دبی جریان در انتهای محصول آبشار و  $G$  نرخ جریان هر جزء از ایزوتوپ است. توابع مشخصه  $\varphi_i(l)$ ، تعداد  $N_C$ -  
1 (تعداد اجزاء ایزوتوپ) معادله جبری به شکل زیر هستند:

$$\varphi_i(l) = \varphi_k(l) \exp(\varepsilon_{ik}l) \quad (i \neq k) \quad (6)$$

ترجیح در استفاده از رابطه (۶) برای جستجوی توزیع نرخ جریان  $L_1$  می‌باشد که اجازه حل مسئله برای مقدار غنای داده شده جزء مطلوب در جریان‌های محصول و پسماند را می‌دهد. توجه به این نکته ضروری است که با توجه به معادله (۶)، توزیع نرخ جریان در هر مرحله،  $L_1$  ( $L$  نرخ جریان و  $l$  شماره مرحله) و غلظت (غنا) در هر مرحله،  $C_{i,l}$  در آبشار به راحتی و با تنها یکی از توابع مشخصه  $\varphi_{i,l}$  در سیستم، تعریف می‌شود. اگر یکی از توابع مشخصه اجازه محاسبه انتگرال رابطه (۴) را بدهد، توزیع جریان  $L_1$  و همچنین توزیع غلظت‌های  $C_{i,l}$  می‌تواند به صورت تحلیلی مشخص شود. به منظور حل ایت معادلات توابع مشخصه به شکل نمایی زیر انتخاب می‌شوند [۲].

$$\varphi_{i,l} = \exp(Q_i l) \quad (7)$$

$Q_i$  ثوابت مرزی مربوط به رابطه (۵) با شرط  $Q_i - Q_j = \varepsilon_{ij}$  هستند. آبشاری که شرط رابطه (۷) را ارضا کند، آبشار  $Q$  نامیده می‌شود. در روش‌های جداسازی سینتیک مولکولی نظیر نفوذ حرارتی، نفوذ جرمی، نفوذ گازی و سانتریفیوژ گازی، ضریب غنی‌سازی کلی (Overall) به صورت رابطه (۸) می‌باشد.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0(M_j - M_i) \quad (8)$$

که در این رابطه،  $M_i$  و  $M_j$  جرم اتمی اجزاء  $i$  و  $j$  هستند و  $\varepsilon_0$  ضریب غنی‌سازی برای اختلاف جرمی برابر یک است. بنابراین ثابت  $Q_i$  برای هر جزء را می‌توان به صورت رابطه (۹) نوشت.

$$Q_i = \varepsilon_0(M^* - M_i) \quad (9)$$

اجزاء با جرم کمتر از  $M^*$  ( $M_i < M^*$ ) در قسمت انتهای سبک آبشار غنی و اجزاء با جرم بیشتر از  $M^*$  ( $M_i > M^*$ ) در قسمت انتهای سنگین آبشار انباشته می‌شوند. با تعریف  $L_0=0$  و جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۵) مقادیر غنا و نرخ جریان مراحل و کل آبشار برای قسمت‌های غنی‌سازی و تهی‌سازی آبشار حاصل می‌شود [۶].



### ۳- روش کار

در این تحقیق به جداسازی ایزوتوپ Xe-136 در یک آبشار Q با ۲۰ مرحله جداسازی با استفاده از  $M^*$  بهینه که در این مقدار نرخ کل جریان ورودی به مراحل آبشار کمینه است، پرداخته شده و تاثیر محل ورود خوراک بر تعداد آبشارهای لازم برای رسانیدن غنای Xe-136 به مقدار بیشتر از ۰/۹۹ مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور یک کد برای شبیه‌سازی آبشار Q تهیه شده که همزمان قادر به بهینه کردن  $M^*$  (بر اساس کمینه کردن نرخ جریان کل آبشار) می‌باشد و از کاربر در مورد استفاده از این  $M^*$  بهینه سؤال نموده و در صورت درخواست کاربر  $M^*$  بهینه را مورد استفاده قرار می‌دهد، در غیر این صورت به کاربر محدوده مورد قبول  $M^*$  را اعلام و از کاربر مقدار  $M^*$  مورد نظر را اخذ و مورد استفاده قرار می‌دهد. به منظور بررسی تاثیر محل ورود خوراک در جداسازی Xe-136 محل ورود خوراک به ترتیب مراحل ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ در نظر گرفته شده و نتایج کد ارزیابی گردیده است. لازم به ذکر است که در تمامی اجراها از مقدار  $M^*$  بهینه محاسبه شده توسط کد استفاده شده است.

### ۴- نتایج

مشخصات آبشار Q مورد بررسی در جدول ۱ آمده است. این آبشار دارای ۲۰ مرحله است که خوراک جهت بررسی تاثیر آن به مراحل ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ وارد می‌شود. غنای اجزاء زینان طبیعی در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۱- پارامترهای اصلی آبشار Q

تعداد مراحل	مرحله ورود خوراک	$\alpha_0$	مقدار کل خوراک	ایزوتوپ مورد نظر
20	8, 10, 12, 14	1.1	100 kg	Xe-136

جدول ۲- غنای اجزاء زینان طبیعی

Xe-124	Xe-126	Xe-128	Xe-129	Xe-130	Xe-131	Xe-132	Xe-134	Xe-136	عدد جرمی
0.00093	0.0009	0.0191	0.2644	0.0408	0.2118	0.2689	0.1044	0.0887	غنا (فراوانی) درصد

نتایج حاصل از اجرای کد در جداول ۳ تا ۶ آورده شده است. مطابق نتایج در صورت ورود خوراک از مرحله ۸ نیاز به استفاده از ۸ آبشار جهت رسیدن غنای ایزوتوپ Xe-136 از غنای طبیعی ۰/۰۸۸۷ به بالای ۰/۹۹ است. این تعداد در حالت‌های ورود از مراحل ۱۰، ۱۲ و ۱۴ به ترتیب ۶، ۵ و ۴ آبشار است. از آنجایی که ایزوتوپ Xe-136 در این تحقیق مورد نظر بوده و در جریان سنگین از آبشار خارج می‌شود، در جداول مقدار برش سنگین آبشار (W/F) آورده شده است.



جدول ۳- غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشارها (ورود خوراک از مرحله ۸)

شماره گام جداسازی	غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشار									بهینه M*	مقدار برش جریان سنگین آبشار
1	2.29E-06	1.02E-05	0.000995	0.029344	0.009633	0.104615	0.265071	0.275091	<b>0.315238</b>	133.60	0.2692
2	1.86E-09	3.81E-08	1.71E-05	0.001078	0.000756	0.017391	0.091126	0.309833	<b>0.579799</b>	134.25	0.4965
3	7.74E-13	7.28E-11	1.50E-07	2.03E-05	3.04E-05	0.001492	0.016438	0.208032	<b>0.773987</b>	134.80	0.6375
4	2.59E-16	1.12E-13	1.06E-09	3.08E-07	9.86E-07	0.000103	0.002395	0.114918	<b>0.882583</b>	134.90	0.7337
5	7.67E-20	1.52E-16	6.63E-12	4.13E-09	2.83E-08	6.31E-06	0.000309	0.057246	<b>0.942438</b>	135.00	0.7692
6	2.26E-23	2.06E-19	4.12E-14	5.50E-11	8.06E-10	3.83E-07	3.96E-05	0.028065	<b>0.971895</b>	134.95	0.804
7	6.55E-27	2.74E-22	2.52E-16	7.21E-13	2.26E-11	2.29E-08	4.99E-06	0.013542	<b>0.986453</b>	134.95	0.8169
8	1.78E-30	3.42E-25	1.44E-18	8.86E-15	5.94E-13	1.29E-09	5.92E-07	0.006245	<b>0.993754</b>	135.05	0.8073

جدول ۴- غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشارها (ورود خوراک از مرحله ۱۰)

شماره گام جداسازی	غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشار									بهینه M*	مقدار برش جریان سنگین آبشار
1	4.41E-07	2.87E-06	0.00041	0.014607	0.005766	0.074759	0.223087	0.298021	<b>0.383346</b>	133.65	0.2136
2	3.92E-11	1.72E-09	1.65E-06	0.000152	0.000155	0.005139	0.038297	0.247944	<b>0.708312</b>	134.65	0.4392
3	1.93E-15	5.70E-13	3.68E-09	8.78E-07	2.31E-06	0.000197	0.003693	0.12319	<b>0.872917</b>	134.90	0.6244
4	8.08E-20	1.61E-16	6.97E-12	4.31E-09	2.93E-08	6.40E-06	0.000303	0.052691	<b>0.947000</b>	134.95	0.7009
5	3.22E-24	4.32E-20	1.26E-14	2.01E-11	3.54E-10	1.98E-07	2.37E-05	0.021465	<b>0.978511</b>	134.95	0.7359
6	1.17E-28	1.06E-23	2.08E-17	8.59E-14	3.91E-12	5.62E-09	1.70E-06	0.008203	<b>0.991796</b>	135.05	0.7314

جدول ۵- غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشارها (ورود خوراک از مرحله ۱۲)

شماره گام جداسازی	غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشار									بهینه M*	مقدار برش جریان سنگین آبشار
1	7.72E-08	7.35E-07	0.000153	0.006576	0.003114	0.048142	0.169905	0.305522	<b>0.466586</b>	133.80	0.1633
2	9.07E-13	8.50E-11	1.74E-07	2.33E-05	3.43E-05	0.001624	0.01694	0.195467	<b>0.785911</b>	134.65	0.4365
3	5.97E-18	5.51E-15	1.11E-10	4.64E-08	2.13E-07	3.09E-05	0.000965	0.076867	<b>0.922137</b>	134.90	0.5853
4	3.25E-23	2.96E-19	5.86E-14	7.66E-11	1.09E-09	4.89E-07	4.59E-05	0.025872	<b>0.974082</b>	135.00	0.6304
5	1.57E-28	1.41E-23	2.75E-17	1.12E-13	4.98E-12	6.90E-09	1.95E-06	0.007981	<b>0.992017</b>	135.10	0.6326

جدول ۶- غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشارها (ورود خوراک از مرحله ۱۴)

شماره گام جداسازی	غنای اجزاء زینان در جریان سنگین خروجی از آبشار									بهینه M*	مقدار برش جریان سنگین آبشار
1	1.48E-08	2.06E-07	6.23E-05	0.0032	0.0018	0.032698	0.133493	0.301574	<b>0.527172</b>	133.80	0.1311



2	1.98E-14	3.97E-12	1.72E-08	3.32E-06	6.96E-06	0.000463	0.006643	0.136363	<b>0.856521</b>	134.90	0.3598
3	1.66E-20	4.80E-17	2.98E-12	2.16E-09	1.69E-08	4.12E-06	0.000209	0.040228	<b>0.959558</b>	135.00	0.5025
4	1.22E-26	5.10E-22	4.53E-16	1.24E-12	3.61E-11	3.23E-08	5.82E-06	0.010625	<b>0.98937</b>	135.05	0.5352

## ۵- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله به جداسازی ایزوتوپ Xe-136 در یک آبشار Q با ۲۰ مرحله جداسازی با استفاده از  $M^*$  بهینه که در این مقدار نرخ کل جریان آبشار کمینه پرداخته شد. در این راستا تاثیر محل ورود خوراک بر تعداد آبشارهای لازم برای رسانیدن غنای Xe-136 از مقدار طبیعی ۰/۰۸۸۷ به غنای بالاتر از ۰/۹۹ مورد بررسی قرار گرفت. مطابق نتایج تعداد دفعات استفاده از آبشار جهت جداسازی ایزوتوپ نهم زینان تا غنای مورد نظر برابر ۸، ۶، ۵ و ۴ در صورت ورود خوراک به ترتیب از مراحل ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ بود. با مقایسه میزان برش سنگین آبشارها و بنابراین میزان تولیدی Xe-136 در حالت‌های مختلف می‌توان نتیجه گرفت که در صورت مد نظر بودن سنگین‌ترین جزء ایزوتوپ، هر چه محل ورود خوراک بیشتر در نظر گرفته شود آبشار برای غنی کردن Xe-136 فرصت بیشتری داشته و در نتیجه به تعداد دفعات استفاده از آبشار کمتری برای رسیدن غنای آن به بالای ۰/۹۹ مورد نیاز است. مقدار بازیابی محصول با غنای مورد نظر در حالت‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر با ۰/۰۲۵۵، ۰/۰۲۲۶، ۰/۰۱۶۶ و ۰/۰۱۲۷ می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود علی‌رغم اینکه تعداد دفعات استفاده از آبشار کم می‌شود بر خلاف انتظار، مقدار ماده محصول نیز به جای افزایش کاهش می‌یابد. بنابراین موارد مهمی در انتخاب استراتژی جداسازی ایزوتوپ‌ها از جمله هزینه تعداد دفعات راه‌اندازی آبشار (هرچه تعداد گام‌های جداسازی بیشتر شود هزینه‌ها بیشتر می‌شود) و مقدار محصول و ... تاثیر گذار هستند. با توجه به این مطالب و هم چنین با عنایت به کم شدن محسوس برش سنگین آبشار (بازیابی کمتر محصول) در صورت ورود خوراک از مراحل بزرگتر از ۱۴، به نظر می‌رسد بهترین حالت ورود خوراک از مرحله ۱۴ است.

## ۶- مراجع

- 1- R. Ya. Kuchеров, V. P. Minenko, "Theory of cascades for separating multicomponent isotope mixtures" *Warne- und Stoffiibertragung, At. Energ. (Atomnaja Energija Nuclear Energy)*, vol. 19, pp. 360–367. 1965 (in Russian).
- 2- Sh. Zeng, G. A. Sulaberidze, D. Jiang, V. D. Borisevich, A. Y. Smirnov, "The Q-Cascade Explanation" *Separation Science and Technology*, vol. 47, No. 59, pp. 1591–1595, 2012.
- 3- G. A. Sulaberidze, V. D. Borisevich, "Cascade for Separation of Multicomponent Isotope Mixtures" *Separation Science and Technology*, vol. 36, No. 8&9, pp. 1769–1817, 2001.



4- Sh. Zeng, V. D. Borisevich, G. A. Sulaberidze, "Use of the Q-cascade in calculation and optimization of multi-isotope separation" Chemical Engineering Science, vo. 66, pp. 2997-3002, 2011.

5- V. D. Borisevich, G. A. Sulaberidze, S. Zeng, "New Approach to Optimize Q-Cascades" Chemical Engineering Science, vol. 66, pp. 393-396, 2011.

۶- فاطمه منصورزاده، سید جابر صفدری، علی اصغر قربانپور خمسه، علی نوروزی، مجید خواجه‌نوری، "بررسی انواع آبشارهای جریان برگشتی با سانتریفیوژ گازی جهت جداسازی ایزوتوپ های پایدار زینان"، رساله دکتری، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، ۱۳۹۷.