



بررسی امواج سالیتمونی در پلاسمای همجوشی توکامک شامل ذرات دارای تابع توزیع کرنز

میرزائی، مهدی* - متولی، سید محمد

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای

چکیده:

در این پژوهش انتشار امواج سالیتمونی یون آکوستیکی در یک سیستم پلاسمای همجوشی توکامک شامل یون سرد، پوزیترونها و الکترونهای دارای تابع توزیعیهای کرنز مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با استفاده از روش اختلال کاهشی معادله $(Korteweg-de Vries)$ را بدست می‌آوریم. در ادامه تغییرات ضرایب غیرخطی، پاشندگی، دامنه بیشینه، پهنا و همچنین تاثیر تغییرات زاویه و مقادیر پارامترهای تابع توزیع کرنز روی پتانسیل امواج سالیتمونی یون آکوستیکی بررسی می‌شود. کلمات کلیدی: پلاسمای همجوشی - توکامک - سالیتمون - کرنز - معادله KdV .

مقدمه:

مطالعه ی امواج سالیتمونی در پلاسماهای شامل یون - الکترون - پوزیترون مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [۸-۱]. پلاسماهای سه مولفه ای ذکر شده، در پلاسمای آزمایشگاهی از قبیل توکامک و سایر سیستمهای محصورسازی مغناطیسی نیز پدیدار می‌شوند. توابع توزیع مختلفی را می‌توان برای بررسی ویژگیهای سالیتمونها به کار برد. کرنز و همکاران توزیع غیر گرمایی الکترونها را برای ساختارهای سالیتماری یون آکوستیکی به کار بردند [۹]. تابع توزیع کرنز (Cairn's distribution) مدل نظری مفیدی را برای پلاسماهای غیر ماکسولی یا غیر گرمایی ارائه می‌دهد. در سالهای اخیر تحقیقات بسیاری برای مطالعه ی اثرات ذرات پر انرژی با استفاده از مدل توزیع غیر گرمایی کرنز انجام شد [۱۰-۱۴]. برای مثال، داس و همکاران ساختارهای سالیتماری را در یک پلاسمای غباری غیرمغناطیده ی غیر برخوردی شامل ذرات غبار ساکن باردار منفی، یونهای گرم و الکترونهای غیر گرمایی دارای توزیع کرنز بررسی کردند [۱۵]. در این پژوهش، معادله $(Korteweg-de Vries)$ را برای امواج سالیتمونی در پلاسمای همجوشی توکامک دوتریوم-تریتموم به دست آورده تا ببینیم پارامترهای گوناگون چه اثری بر روی ویژگیهای این امواج دارند.



روش کار :

در یک پلاسمای همجوشی توکامک دوتریوم-تریتیوم، پلاسمای برخوردی شامل یون سرد، پوزیترون و الکترون دارای تابع توزیعهای کرنز، در حال چرخش با بسامد چرخشی Ω_0 را در جهت میدان مغناطیسی خارجی $B = B_0 \hat{z} = 3T$ در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود که یونها با اتمهای خنثی برخورد می‌کنند. معادله پواسون به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho_i^2}{\lambda_{De}^2} (n_e - A_p n_p - A_i n_i) \quad (1)$$

و معادله حرکت یونها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + (\bar{v}_i \cdot \bar{\nabla}) \bar{v}_i = -\bar{\nabla} \phi + \bar{v}_i \times \hat{z} + 2v_i \times \Omega_0 - v_n v_i \quad (2)$$

که در روابط بالا n_e ، n_i و n_p به ترتیب چگالی الکترونها، یونها و پوزیترونها، v_i سرعت یون، ϕ پتانسیل الکتروستاتیکی، Ω_0 بسامد چرخشی و v_n بسامد برخورد یونها با اتمهای خنثی می‌باشند. نسبت چگالی غیرمختل یون به چگالی غیرمختل الکترون و $A_p = n_{p0} / n_{e0}$ نسبت چگالی غیرمختل یون به چگالی غیرمختل الکترون است. همه ی چگالیها را به چگالی غیر مختل ذرات، سرعت یون را به سرعت آکوستیکی یون $C_{si} = (k_B T_e / m_i)^{1/2}$ ، پتانسیل الکتروستاتیکی را به $k_B T_e / e$ ، طولها را به طول دمای الکترونی $\lambda_{De} = (k_B T_e / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ ، زمان را به وارون بسامد سیکلوترونی یون $\omega_{ci} = \frac{eB}{m_i c}$ ، بسامد چرخشی و بسامد برخورد یونها را به بسامد سیکلوترونی یون و متغیر فضایی را به شعاع لارمور یونی $\rho_i = \frac{C_{si}}{\omega_{ci}}$ بهنجار می‌کنیم. که در اینجا c سرعت نور، T_e دمای الکترون، k_B ثابت بولتزمن، e بار الکترونی و m_i جرم یون است.

چگالی الکترونها و پوزیترونها دارای تابع توزیع کرنز به صورت زیر است:

$$\begin{cases} n_e = n_{e0} \left[1 + B_1 \frac{e\phi}{k_B T_e} + B_2 \left(\frac{e\phi}{k_B T_e} \right)^2 \right] \\ n_p = n_{p0} \left[1 - \sigma B_3 \frac{e\phi}{k_B T_e} + \sigma^2 B_4 \left(\frac{e\phi}{k_B T_e} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (3)$$



که در آنها $\sigma = \frac{T_e}{T_p}$ نسبت دمای الکترون به دمای پوزیترون، مقادیر B_1, B_2, B_3, B_4 به ترتیب $1 - \beta_e$ و $\frac{1}{2}$ برای الکترون،

$1 - \beta_p$ و $\frac{1}{2}$ برای پوزیترون و $(0 < \alpha < 1)$ $\beta_e = \beta_p = \frac{4\alpha}{1+3\alpha}$ پارامترهای کرنز الکترونی و پوزیترونی می باشند.

جهت تعیین معادله KdV از روش اختلال کاهشی استفاده می شود. مختصات تعمیم یافته را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(l_1x + l_2y + l_3z - st), \quad \tau = \varepsilon^{3/2}t \quad (4)$$

که l_1, l_2, l_3 کسینوسهای جهتی بردار موج در امتداد محورهای x, y و z ، ε پارامتر بسط کوچک و s سرعت فاز بهنجار شده با C_{si} می باشند.

چگالیهای مختل ϕ, n_i, n_e و n_p را بر حسب توانهایی از ε حول مقادیر تعادلی آنها به صورت زیر بسط داده می شود:

$$\begin{aligned} \phi &= \varepsilon\phi^{(1)} + \varepsilon^2\phi^{(2)} + \varepsilon^3\phi^{(3)} + \dots \\ n_i &= 1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \varepsilon^3 n_i^{(3)} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_e &= 1 + B_1\varepsilon\phi^{(1)} + B_1\varepsilon^2\phi^{(2)} + B_2\varepsilon^2\phi^{(1)2} \\ &+ 2B_2\varepsilon^3\phi^{(1)}\phi^{(2)} + B_2\varepsilon^4\phi^{(2)2} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_p &= 1 - \sigma B_3\varepsilon\phi^{(1)} - \sigma B_3\varepsilon^2\phi^{(2)} + \sigma^2 B_4\varepsilon^2\phi^{(1)2} \\ &+ 2\sigma^2 B_4\varepsilon^3\phi^{(1)}\phi^{(2)} + \sigma^2 B_4\varepsilon^4\phi^{(2)2} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

با کاربرد روابط فوق در معادلات مولفه z معادلات حرکت، پیوستگی مرتبه بالاتر و پواسون با کاربرد حلهای مرتبه اول و دوم، و بعد از محاسبات جبری مختلف، معادله KdV بدست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\phi^{(1)} + a\phi^{(1)}\frac{\partial}{\partial \xi}\phi^{(1)} + b\frac{\partial^3}{\partial \xi^3}\phi^{(1)} = 0 \quad (6)$$



$$b = \frac{\frac{\lambda_{De}^2}{\rho_i^2} + \frac{A_i (f^2 - v_n^2)(1 - l_3^2)}{(f^2 + v_n^2)^2}}{\frac{2A_i l_3^2}{s^3}} \quad \text{ضریب غیرخطی،} \quad a = \frac{3A_i \left(\frac{l_3}{s}\right)^4 - 2B_2 + 2A_p \sigma^2 B_4}{\frac{2A_i l_3^2}{s^3}} \quad \text{که در رابطه فوق،}$$

پاشندگی و $f = 1 + 2\Omega_0$ می باشند.

با تغییر متغیر $\xi - U\tau$ ، حل سالیتمونی این معادله به صورت رابطه زیر می باشد:

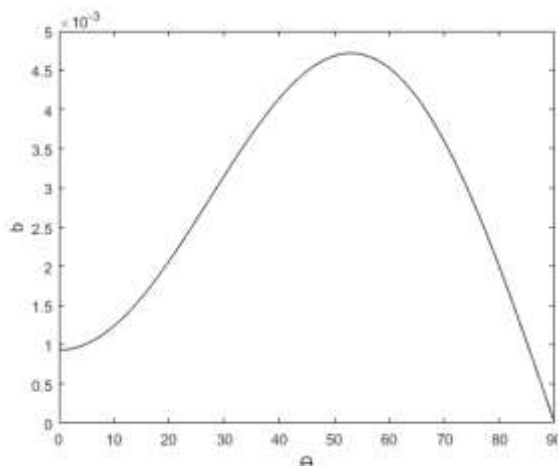
$$\phi^{(1)} = \phi_m \operatorname{sech}^2 \left[\delta^{-1} (\xi - U\tau) \right] \quad (7)$$

که U سرعت موج سالیتمونی، $\phi_m = \frac{3U}{a}$ دامنه بیشینه و $\delta = 2\sqrt{\frac{b}{U}}$ پهنای سالیتمونی می باشند.

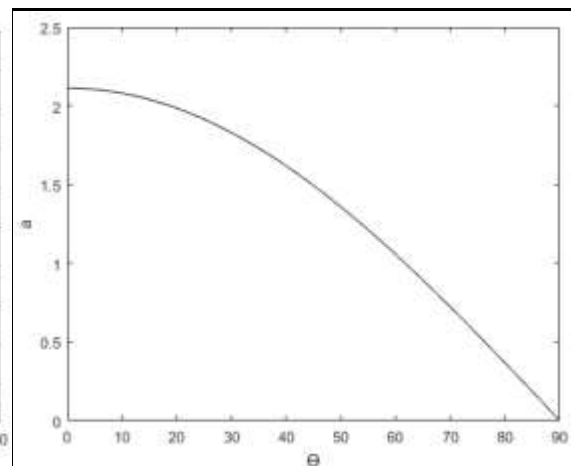
نتایج :

در این بخش اثرات مختلف مقادیر فیزیکی مربوط را بررسی می کنیم. مقادیر تعریف شده در محاسبات به این صورت می باشند: $A_i = 0.3$ ، $A_p = 0.7$ ، $\sigma = 1$ ، $\Omega_0 = 0.1$ ، $v_n = 1$ و $U = 0.2$. برای بررسی ذرات دارای تابع توزیع کرنز و اثرات آنها بر امواج سالیتمونی یون آکوستیکی، به طور عددی ضرایب غیرخطی و پاشندگی، دامنه ماکزیمم، پهنای و پتانسیل در شکل‌های ۱ تا ۶ رسم شده است.

در شکل‌های (۱) و (۲) ضرایب غیر خطی (a) و پاشندگی (b) بر حسب زاویه نشان داده شده است که در آنها $\beta_e = \beta_p = 0.6$ می باشد.

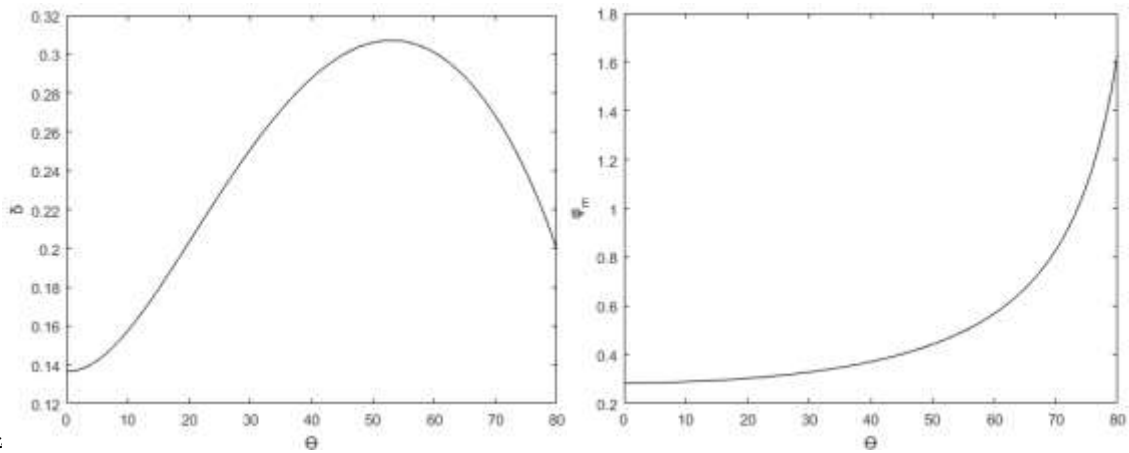


شکل ۲: ضریب پاشندگی بر حسب زاویه.



شکل ۱: ضریب غیرخطی بر حسب زاویه.

در شکل‌های (۳) و (۴) تغییرات دامنه بیشینه (ϕ_m) و پهنا (δ) معادله KdV بر حسب زاویه رسم شده است که در آنها $\beta_e = \beta_p = 0.6$ می باشد.

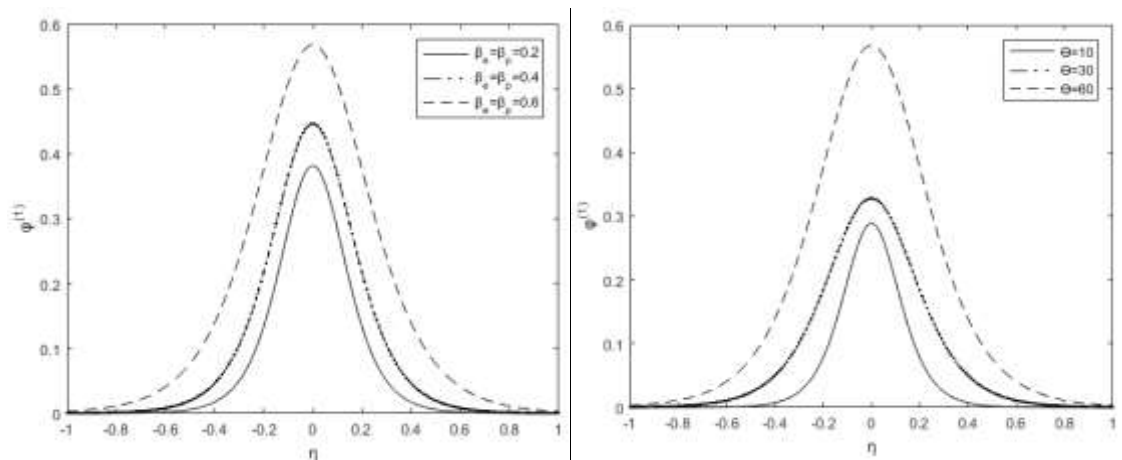


شکل ۳:

شکل ۴: پهنا بر حسب زاویه.

دامنه بیشینه بر حسب زاویه.

همچنین در شکل‌های (۵) و (۶) تغییرات پتانسیل ($\phi^{(1)}$) بر حسب مقادیر مختلف زاویه (که در آن $\beta_e = \beta_p = 0.6$)، β_e و β_p (که در آن $\theta = 60^\circ$) رسم شده است.



شکل ۶: پتانسیل بر حسب مقادیر مختلف β_e و β_p .

شکل ۵: پتانسیل بر حسب مقادیر مختلف زاویه.



بحث و نتیجه گیری :

در این پژوهش اثر توابع توزیع کرنز الکترونها و پوزیترونها و پارامترهای دیگر پلاسما روی امواج سالیتونونی یون آکوستیکی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از محاسبات نشان می دهند که ضریب غیر خطی با افزایش زاویه ی بین جهت پخش موج و میدان مغناطیسی خارجی کاهش می یابد. ضریب پاشندگی با افزایش زاویه از ۰ تا ۵۳ درجه افزایش، سپس کاهش می یابد. دامنه بیشینه با افزایش زاویه افزایش می یابد. و پهنا با افزایش زاویه تا ۵۳ درجه افزایش و سپس کاهش می یابد. همچنین پتانسیل با افزایش زاویه و مقدار پارامترهای تابع توزیع کرنز (β_p و β_e) الکترونها و پوزیترونها افزایش می یابد. نتایج حاصل از محاسبات با مراجع [۱۶ و ۱۴] در توافق می باشد.

مراجع :

- [1] M. G. Hafez, M. R. Talukder, and M. Hossain Ali, Ion acoustic shock and solitary waves in highly relativistic plasmas with nonextensive electrons and positrons, *Physics of Plasmas* 23, 012902 (2016).
- [2] E. I. El-Awady and W. M. Moslem, On a plasma having nonextensive electrons and positrons: Rogue and solitary wave Propagation, *Physics of Plasmas* 18, 082306 (2011).
- [3] R. Malik, H. K. Malik, and S. C. Kaushik, Soliton propagation in a moving electron-positron pair plasma having negatively charged dust grains, *Physics of Plasmas* 19, 032107 (2012).
- [4] M. M. Haider, Ion Acoustic Waves Instability in a Three Components Magneto Plasma with Nonthermal Electrons, *Contrib. Plasma Phys.* 53, 234 (2013).
- [5] U. N. Ghosh, A. Saha, N. Pal, P. Chatterjee, Dynamics structures of nonlinear ion acoustic waves in a nonextensive electron-positron-ion plasma, *J. Theor. Appl. Phys.*, 9, 321 (2015).
- [6] N. Jannat, M. Ferdousi, A. A. Mamun, Ion-Acoustic Shock Waves in Nonextensive Multi-Ion Plasmas, *Commun. Theor. Phys.* 64, 479 (2015).
- [7] R. Saeed, A. Shah, and M. Noaman-ul-Haq, Nonlinear Korteweg–de Vries equation for soliton propagation in relativistic electron-positron-ion plasma with thermal ions, *Physics of Plasmas* 17, 102301 (2010).
- [8] K. Roy, A. P. Misra, and P. Chatterjee, Ion-acoustic shocks in quantum electron-positron-ion plasmas, *Physics of Plasmas* 15, 032310 (2008).
- [9] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Boström, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, and P. K. Shukla, Electrostatic solitary structures in non-thermal plasmas, *Geophysical Research Letters* 22(20), 2709 (1995).
- [10] S. K. El-Labany, R. Sabry, W. F. El-Taibany, and E. A. Elghmaz, Propagation of three-dimensional ion-acoustic solitary waves in magnetized negative ion plasmas with nonthermal electrons, *Physics of Plasmas* 17, 042301 (2010).
- [11] D. Ali-Fedela, H. Marif, and M. Djebli, Arbitrary amplitude ion-acoustic waves in a plasma with nonthermal electrons, *Adv. Space Res.* 45, 785 (2010).
- [12] W. Masood and H. Rizvi, Effect of nonthermal electrons on the propagation characteristics and stability of two-dimensional nonlinear electrostatic coherent structures in relativistic electron positron ion plasmas, *Physics of Plasmas* 18, 062304 (2011).



- [13] S. V. Singh, G. S. Lakhina, R. Bharuthram, and S. R. Pillay, Electrostatic solitary structures in presence of non-thermal electrons and a warm electron beam on the auroral field lines, *Physics of Plasmas* 18, 122306 (2011).
- [14] M. Farooq, A. Mushtaq, J. Qasim, Dissipative ion acoustic solitary waves in collisional, magneto-rotating, non-thermal electron-positron-ion plasma, *Contrib. Plasma Phys.* 59, 122 (2019).
- [15] A. Das, A. Bandyopadhyay, and K. Das, Existence of dust ion acoustic solitary wave and double layer solution at $m = mc$, arXiv preprint arXiv:1110.5307 (2011).
- [16] A. Ahmad and W. Masood, Nonlinear density excitations in a magnetorotating relativistic plasma with warm ions and non-Maxwellian electrons, *Physics of Plasmas* 23, 052102 (2016).