



توسعه کد محاسبات طیف پادنوترینو راکتورهای هسته‌ای

جلیلی بهابادی، محمد حسن *

شرکت توسعه و ارتقای ایمنی نیروگاه‌های اتمی (توانا)

چکیده:

آشکار سازهای پادنوترینو می‌توانند اطلاعات ارزشمندی را برای تدابیر حفاظتی مهیا کنند. پادنوترینوها ذرات جذابی برای نظارت هستند زیرا سطح مقطع واکنش پایینی دارند و این مساله مانع از حفاظ سازی آنها می‌شود همچنین طیف آنها به سطح قدرت و محتوای قلب راکتور هسته‌ای وابسته است. در این پژوهش، ابتدا یک کد محاسباتی برای تعیین طیف پادنوترینو هسته‌های بتازا توسعه داده شد. کد مذکور قادر است با دریافت فعالیت و غلظت محصولات شکافت از خروجی کد ORIGIN طیف پادنوترینو قلب راکتور را محاسبه کند. مقایسه نتایج کد پادنوترینو با نتایج معیار MASLWR نشان می‌دهد کد پادنوترینو توسعه یافته از دقت قابل قبولی برخوردار است.

کلمات کلیدی: واپاشی بتا، طیف، پادنوترینو، راکتورهای هسته‌ای

مقدمه:

پادنوترینوها برخلاف ذراتی نظیر پروتون‌ها، نوترون‌ها و الکترون‌ها، به سختی آشکار می‌شوند. پائولی در سال ۱۹۳۰ برای اولین بار وجود نوترینوها را در جهت توجیه پیوستگی طیف بتا مطرح کرد. بعدها فرمی این ایده را در نظریه واپاشی بتای خود گنجانید. هر چند که در آن زمان هیچ گواه مستقیمی بر وجود ذره جدیدی وجود نداشت. دشواری آشکار سازی پادنوترینوها از این حقیقت نشأت گرفت که آنها بدون بارند، جرم بسیار اندکی نزدیک به جرم لپتون‌ها دارند و تحت تاثیر هیچ یک از نیروهای الکترومغناطیس یا قوی هسته‌ای قرار نمی‌گیرند [۱]. تنها نیرویی که به طور ویژه‌ای بر پادنوترینو اثر می‌گذارد نیروی ضعیف هسته‌ای است. این نیرو یک رنج کوتاهاتر و خیلی ضعیفتری نسبت به نیروهای فوق‌الذکر دارند [۱]. پادنوترینو در یک راکتور هسته‌ای، از واپاشی بتای منفی عناصر سنگین مهمی چون اورانیوم ۲۳۵ و ۲۳۸ و پلوتونیوم ۲۳۹ و ۲۴۱ به وجود می‌آید. اشکرباخ و همکارانش اندازه‌گیری‌های بسیار دقیقی از طیف انتگرالگیری شده بتای اورانیوم ۲۳۵، پلوتونیوم ۲۳۹ و ۲۴۱ را تا انرژی ۸ MeV در انستیتو لاولانجیون (Langevin Institute Laue) در گرونوبل فرانسه انجام دادند [۲-۵] به منظور تبدیل طیف بتا به طیف نوترینو، بقای انرژی می‌بایست با استفاده از هر یک از انرژیهای نقطه پایانی شاخه‌های بتا اعمال شود. از آنجایی که این داده‌ها در دسترس نویسندگان نبود، آنها هریک از طیفهای انتگرالگیری شده بتا را با مجموعه ۳۰ تایی از شاخه‌های بتای مجازی، برازش کردند. این فرآیند تبدیل، موجب عدم قطعیتی روی طیف پادنوترینو به دست آمده، شد. با این حال طیف اندازه‌گیری آنها هنوز جزء دقیقترین طیفها بود و طیف تبدیل شده آن در آزمایشات قبلی نوترینو راکتور نظیر Bugey و CHOOZ مورد استفاده قرار گرفت [۶، ۷]. به منظور برطرف کردن



مشکل تبدیل، تنگی‌باد و همکارانش طیف بتای ۱۱۱ محصول شکافت منحصر به فرد را اندازه‌گیری کردند [۸] و این طیفهای بتا را با خواص واپاشی ۲۵۶ محصول شکافت دیگر از پایگاههای داده هسته‌ای ترکیب کردند و طیف بتای اورانیوم ۲۳۵، ۲۳۸ و پولوتونیوم ۲۳۹ را تشکیل دادند. در طیف سراسری به دست آمده اختلاف قابل توجهی با نتایج مراجع [۵-۲] مشاهده شد که آن را می‌توان به فقدان اطلاعات هسته‌ای نسبت داد. در مرجع [۹] دو روش برای محاسبه طیف بتا ارائه شده است. در اولین روش که به روش جمع معروف است، طیف بتا از طریق استخراج داده‌های شاخه‌های بتای محصولات شکافت از پایگاههای داده هسته‌ای ساخته می‌شود. دومین روش، روش تبدیل است که در مراجع [۲-۵] به آن اشاره شده است. این روش به تخمینهای جدید طیف پادنوترینو منجر می‌شود و در نتیجه آن فیزیک جدید نوترینو شکل می‌گیرد [۹، ۱۰]. این نتیجه توسط هوبر [۱۰] دوباره مورد بررسی و نتایج مرجع [۹] مورد تایید قرار گرفت. محاسبات خطا روی طیف پادنوترینو به دست آمده، در مرجع [۹] انجام شد که نشان می‌دهد که در حال حاضر، طیف تبدیل شده اشکرنباخ و همکارانش یکی از دقیقترین طیفها است. با این حال، تغییراتی نسبت به پیشبینی‌های قبلی مشاهده شده است که نشان می‌دهد تحقیق و بررسی‌های بیشتری در این زمینه مورد نیاز است. تاکنون طیف بتای ناشی از شکافت اورانیوم ۲۳۸ اندازه‌گیری نشده و روش جمع تنها روشی است که قادر به تخمین چنین طیفی است. همچنین تنها روشی است که قادر است طیف انرژی پادنوترینو را در فراتر از انرژی ۸ MeV به دست آورد.

روش کار :

پادنوترینوها در هنگام واپاشی بتا آزاد می‌شوند. در راکتورهای هسته‌ای این واپاشی‌ها در محصولات شکافت و دخترهای آنها رخ می‌دهد. در یک واپاشی بتا بالانس انرژی بین ذرات بتا و پادنوترینو حاکم است از اینرو با محاسبه طیف بتا، طیف پادنوترینو به دست می‌آید. طیف بتای مجاز از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$N_{\beta}(W) = kp^2(W - W_0)^2 F(Z, W) \quad (1)$$

که در آن p تکانه بتا، $W = E/(m_e c^2) + 1$ و W_0 مقدار W در نقطه پایانی (حداکثر انرژی بتا) است. k ضریب بهنجارسازی و $F(Z, W)$ به تابع فرمی معروف است و به صورت زیر است [۱۱].

$$F(Z, W) = 2(\gamma + 1)(2pR)^{2(\gamma-1)} e^{\frac{\pi\alpha ZW}{p}} \frac{|\Gamma(\gamma + i\alpha ZW/p)|^2}{\Gamma(2\gamma+1)^2} \text{ with } \gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}. \quad (2)$$

در این رابطه Z عدد اتمی، R شعاع هسته و وابسته به A (در این کار پژوهشی شعاع هسته از رابطه معروف التون محاسبه می‌شود) و α ثابت ساختار ریز ($7/29705325664 \times 10^{-3}$) است. تابع گاما ($\Gamma(z)$) در رابطه ۲ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx. \quad (3)$$



تابع فرمی به تاثیر میدان کولنی هسته مربوط می شود و از حل معادله دیراک برای یک شکل نقطه‌ای و بینهایت سنگین هسته به دست می آید. رابطه ۲ شکل طیف بتا برای واپاشی‌های مجاز را نشان می دهد هر چند در صد مهمی از پاره‌های شکافت، از نوع واپاشی ممنوع منحصر به فرد (unique) و غیر منحصر به فرد (non-unique) هستند. برای واپاشیهای ممنوع فاکتور $p^2(W - W_0)^2$ در یکی از فاکتورهای زیر ضرب می شود [۱۱].

$$\begin{aligned} p_v^2 + p^2 & \quad 1^{st} \text{ unique, } 2^{nd} \text{ non - unique} \\ p_v^4 + \frac{10}{3} p_v^2 p^2 + p^4 & \quad 2^{nd} \text{ unique, } 3^{rd} \text{ non - unique} \\ p_v^6 + 7p_v^4 p^2 + 7p_v^2 p^4 + p^6 & \quad 3^{rd} \text{ unique, } 4^{th} \text{ non - unique} \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط بالا، p و p_v به ترتیب تکانه بتا و پادنوترینو است. از فاکتورهای رابطه ۴ در محاسبه طیف پادنوترینو نیز استفاده می شود. برای مطالعات دقیقتر می باید اصلاحاتی به شرح زیر در طیف بتا اعمال شود [۱۱].

$$N_\beta(W) = K p^2(W - W_0)^2 F(Z, W) L_0(Z, W) C(Z, W) S(Z, W) G_\beta(Z, W) (1 + \delta_{WM} W). \quad (5)$$

$L_0(Z, W)$ اثر اندازه محدود الکترومغناطیسی را اصلاح می کند و به صورت رابطه زیر است [۱۱].

$$\begin{aligned} L_0(Z, W) = 1 + 13 \frac{(\alpha Z)^2}{60} + WR\alpha Z \frac{41 - 26\gamma}{15(2\gamma - 1)} - \alpha Z R \gamma \frac{17 - 2\gamma}{30W(2\gamma - 1)} + a_{-1} \frac{R}{W} + \sum_{n=0}^5 a_n (WR)^n \\ + 0.41(R - 0.0164)(\alpha W)^{4.5}. \end{aligned} \quad (6)$$

در این رابطه a_n از رابطه زیر به دست می آید.

$$a_n = \sum_{x=1}^6 b_x (\alpha Z)^x. \quad (7)$$

b_x در جدول شماره ۱ داده شده است. در مرجع [۱۱] نشان داده شده است که این تقریب در مقایسه با نتایج واقعی کمتر از ۰/۰۰۰۰۱ است.

اصلاح اندازه محدود اندرکنش ضعیف برای واپاشی‌های گامو-تلر ($C(Z, W)$) به صورت زیر است [۱۱].

$$\begin{aligned} C(Z, W) = 1 + C_0 + C_1 W + C_2 W^2 \\ C_0 = -\frac{233}{630} (\alpha Z)^2 - \frac{(W_0 R)^2}{5} + \frac{2}{35} W_0 R \alpha Z \\ C_1 = -\frac{21}{35} R \alpha Z + \frac{4}{9} W_0 R^2 \\ C_2 = -\frac{4}{9} R^2 \end{aligned} \quad (8)$$



جدول شماره ۱: مقادیر b_x در رابطه ۶ [۱۱]

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
a_{-1}	۰/۱۱۵	-۱/۸۱۲۳	۸/۲۴۹۸	-۱۱/۲۲۳	-۱۴/۸۵۴	۳۲/۰۸۶
a_0	-۰/۰۰۰۶۲	۰/۰۰۷۱۶۵	۰/۰۱۸۴۱	-۰/۵۳۷۳۶	۱/۲۶۹۱	-۱/۵۴۶۷
a_1	۰/۰۲۴۸۲	-۰/۵۹۷۵	۴/۸۴۱۹۹	-۱۵/۳۳۷۴	۲۳/۹۷۷۴	-۱۲/۶۵۳۴
a_2	-۰/۱۴۰۳۸	۳/۶۴۹۵۳	-۳۸/۸۱۴۳	۱۷۲/۱۳۷	-۳۴۶/۷۰۸	۲۸۸/۷۸۷
a_3	۰/۰۰۸۱۵۲	-۱/۱۵۶۶۴	۴۹/۹۶۶۳	-۲۷۳/۷۱۱	۶۵۷/۶۲۹	-۶۰۳/۷۰۳
a_4	۱/۲۱۴۵	-۲۳/۹۹۳۱	۱۴۹/۹۷۲	-۴۷۱/۲۹۹	۶۶۲/۱۹۱	-۳۰۵/۶۸
a_5	-۱/۵۶۳۲	۳۳/۴۱۹۲	-۲۵۵/۱۳۳	۹۳۸/۵۳	-۱۶۴۱/۲۸	۱۰۹۵/۳۶

غربالگری (screening) بارهای هسته‌ای توسط همه الکترونهاى مقید هسته‌ای (اثر میدان الکتریکی الکترون‌های اتمی بر بارهای آزاد شده از هسته)، توسط $S(Z, W)$ محاسبه می‌کند. روابط مختلفی برای این اثر وجود دارد که در این کار تحقیقاتی از رابطه زیر استفاده شده است [۱۲].

$$\left[\frac{((W+V_0)^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{W^2 - 1} \right] \left(\frac{W+V_0}{W} \right) \quad (9)$$

که در این رابطه علامت منفی برای بتای مثبت و علامت مثبت برای بتای منفی می‌باشد و V_0 (پتانسیل غربالگری) از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۱].

$$V_0 = \alpha^2 \bar{Z}^{4/3} N(\bar{Z}) \quad (10)$$

در این رابطه، $\bar{Z} = Z - 1$ (Z عدد اتمی) و $N(\bar{Z})$ از درونبایی مقادیر جدول شماره ۲ به دست می‌آید.

جدول شماره ۲: مقادیر $N(\bar{Z})$ در رابطه [۱۱]

\bar{Z}	۱	۸	۱۳	۱۶	۲۳	۲۷	۲۹	۴۹	۸۴	۹۲
$N(\bar{Z})$	۱/۰۰۰	۱/۴۲۰	۱/۴۸۴	۱/۴۹۷	۱/۵۲	۱/۵۴۴	۱/۵۶۱	۱/۶۳۷	۱/۸۳۸	۱/۹۰۷

اصلاحات پرتوزایی به انتشار فوتونهای واقعی و مجازی توسط ذرات باردار موجود در واپاشی بتا مربوط می‌شود. بخش انتشار فوتون مجازی به جزئیات ساختار هسته وابسته است و تنها بر پهنای واپاشی تاثیر می‌گذارد و تاثیری بر شکل طیف واپاشی ندارد. بنابراین در اینجا از تمام قسمت‌هایی که بر پهنای واپاشی تاثیر می‌گذارند صرفه نظر و فقط قسمت‌های وابسته به انرژی در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. مطابق مراجع [۱۱ و ۱۳] اصلاح کامل پرتوزایی به صورت زیر است.



$$G_{\beta}(Z, W) = 1 + \frac{\alpha}{2\pi} g_{\beta} \quad (11)$$

که در این رابطه g_{β} بر حسب α توسط سیرلین [۱۳] برای طیف بتا با $\beta = \frac{p}{W}$ به صورت زیر محاسبه شده است.

$$g_{\beta} = 3 \ln M_N - \frac{3}{4} + 4 \left(\frac{\tanh^{-1} \beta}{\beta} \right) \left(\frac{W_0 - W}{3W} - \frac{3}{2} + \ln[2(W_0 - W)] \right) + \frac{4}{\beta} L \left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right) + \frac{1}{\beta} \tanh^{-1} \beta (2(1 + \beta^2) + \frac{(W_0 - W)^2}{6W^2} - 4 \tanh^{-1} \beta) \quad (12)$$

در این رابطه $L(x)$ تابع اسپنس (Spence function) است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$L(x) = - \int_0^x dt / t \ln(1 - t) \quad (13)$$

رابطه‌ای که در این پروژه برای اصلاح پرتوزایی پادنوترینوها استفاده شده و در مراجع [۱۱-۱۳] بکاربرده شده، به صورت زیر است.

$$G_{\nu}(Z, W) = 1 + \frac{\alpha}{2\pi} h_{\nu} \quad (14)$$

که در این رابطه

$$h_{\nu} = 3 \ln M_N - \frac{23}{4} - \frac{8}{\beta} L \left(\frac{2\hat{\beta}}{1+\hat{\beta}} \right) + 8 \left(\frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} - 1 \right) \ln(2\hat{W}\hat{\beta}) + 4 \frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} \left(\frac{7 + 3\hat{\beta}^2}{8} - 2 \tanh^{-1} \hat{\beta} \right) \quad (15)$$

در روابط فوق $\hat{W} = W_0 - W_{\nu}$ و $\hat{p} = \sqrt{\hat{W}^2 + 1}$ و $\hat{\beta} = \frac{\hat{p}}{\hat{W}}$

جمله مغناطیس ضعیف توسط گلמן (Gell-Mann) ابداع شد و به عنوان یک تست حساسیت تئوری اندرکنه‌های ضعیف V-A پیشنهاد شد. سهم مغناطیس ضعیف و پاشی بتا متعلق به کلاس جریانهای القایی است به عنوان مثال جریانهایی که به جفت شدگی موجود در همیتونی اولیه مربوط نیستند و تنها در انتقال حرکت محدود ظاهر می‌شوند. خارج از این جریانهای القایی جمله مغناطیس ضعیف بیشترین سهم را در شکل طیف بتا دارد. اصلاح تاثیر مغناطیس ضعیف به صورت زیر بیان می‌شود [۱۱].

$$1 + \delta_{WM} W \text{ with } \delta_{WM} = \frac{4}{3} \frac{b}{Mc} m_e \quad (16)$$

در این رابطه c المان ماتریس گاموتلر و $b = \sqrt{2} \mu$ و μ لحظه گذار مغناطیسی و M جرم هسته است.

در مرجع [۱۱] سه روش برای محاسبه δ_{WM} ارائه شده است که در کار پژوهشی حاضر از تخمین ایمپالس (Impulse approximation) استفاده شده است در این تخمین از اندازه حرکت زاویه‌ای اوربیتالی صرفه نظر شده و δ_{WM} مستقل از ساختار هسته است و مقدار آن برای همه هسته‌های گاموتلر برابر $0.5\% \text{ MeV}^{-1}$ است [۱۱].

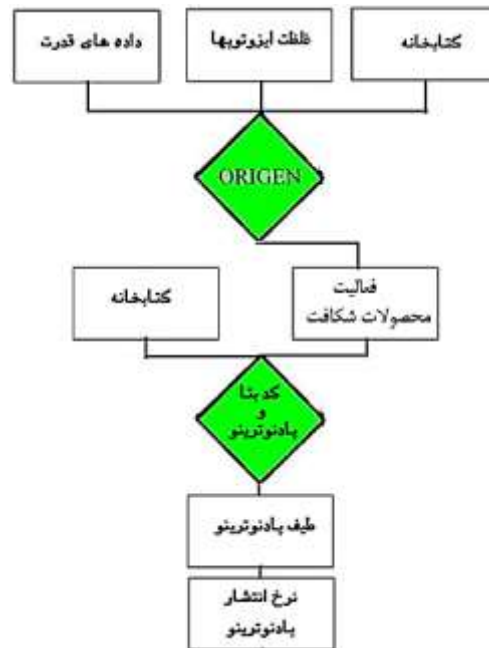
طیف پادنوترینو هر عنصر بتازا، با جایگذاری $W_0 - W$ به جای W و G_{ν} به جای G_{β} در رابطه ۵ به دست می‌آید.



پادنوترینو گسیل شده در یک راکتور هسته‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N_k(E) = \sum_{f=1}^{N_f} A_f(t) N_f(E) \quad (17)$$

که در این رابطه $A_f(t)$ و $N_f(E)$ به ترتیب فعالیت و طیف پادنوترینو f امین محصول شکافت در زمان t است. بر مبنای محاسبات مذکور (روابط ۱ تا ۱۷)، یک کد محاسباتی به زبان C# برای محاسبه طیف بتا و پادنوترینو توسعه داده شد. این کد محاسبات بتا مطابق روندنمای شکل شماره ۱ با کد محاسباتی مصرف سوخت ORIGEN کوپل شد و در پی آن طیف بتا و پادنوترینو داخل قلب راکتور محاسبه می‌شود. با وارد کردن غلظت ایزوتوپ‌های یک راکتور هسته‌ای برحسب گرم-اتم، گام‌های زمانی، توان راکتور در هر گام زمانی و همچنین تعیین کتابخانه مناسب، فعالیت محصولات شکافت توسط کد ORIGEN محاسبه می‌شود. فعالیت محصولات شکافت و کتابخانه‌ای شامل انرژی نقطه پایانی، نسبت شاخه‌ای، نوع واپاشی و اسپین هسته به عنوان ورودی به کد بتا و پادنوترینو داده می‌شود. با اجرای کد محاسبات بتا و پادنوترینو، طیف و نرخ انتشار پادنوترینو در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. داده‌های کتابخانه کد محاسبات بتا و پادنوترینو از کتابخانه ENDF/B- VI.8.0 استخراج شده است.



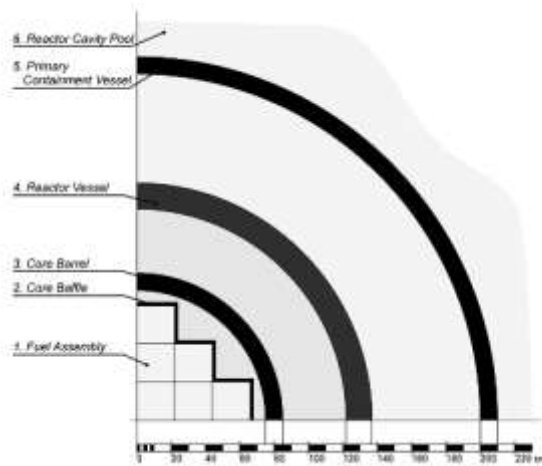
شکل شماره ۱: روندنمای بسته نرم‌افزاری محاسبه بتا و پادنوترینو

نتایج:

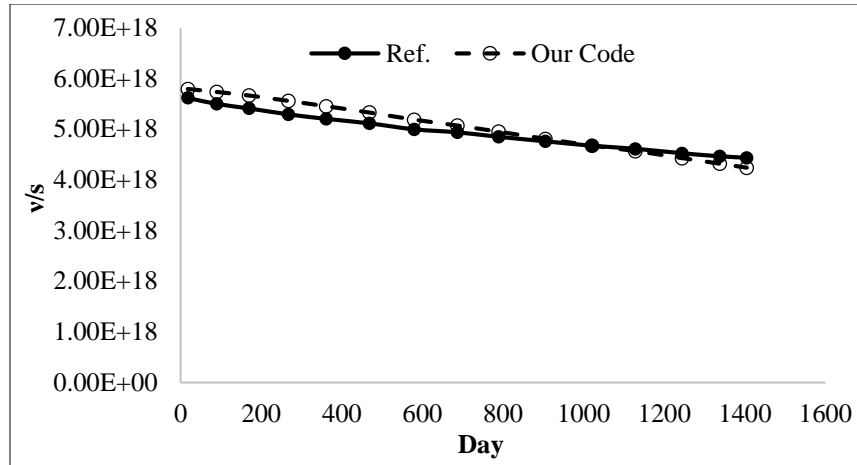
برای ارزیابی بسته نرم افزاری توسعه داده شده معیار معتبر MASLWR به خدمت گرفته شد [۱]. راکتور MASLWR، یک راکتور آب سبک و دارای ۲۴ مجتمع سوخت با غنای ۸ درصد می‌باشد. قدرت حرارتی این راکتور ۱۵۰ مگاوات است. در این راکتور سوخت گذاری مجدد صورت نمی‌پذیرد و در ابتدای سیکل کاری راکتور سوخت تازه بارگذاری می‌گردد. در شکل شماره ۲ نمای شعاعی قلب این راکتور مشاهده می‌شود. در جدول شماره ۳ جرم سوخت راکتور در ابتدای سیکل داده شده است. در شکل‌های شماره ۳ و ۴ نتایج کد محاسبات طیف پادنوترینو و مرجع [۱] برای راکتور MASLWR نشان داده شده است. در مرجع [۱] بیان شده است با توجه به اینکه راکتور MASLWR نسبت به یک راکتور PWR معمولی سطح توان پایین‌تر و طول سیکل بیشتری دارد، نرخ گسیل پادنوترینو در این راکتور نسبت به PWR معمولی ۲۲ درصد کاهش یافته است. شکل ۴ نشان می‌دهد حداکثر اختلاف نسبی نرخ گسیل پادنوترینو بسته نرم افزاری طراحی شده با مرجع [۱]، ۵ درصد است. بنابراین این اختلاف نشان می‌دهد حداکثر نرخ گسیل پادنوترینو در راکتور MASLWR نسبت به PWR معمولی در حدود ۲۸ درصد کاهش یافته است.

جدول شماره ۳: جرم و غلظت سوخت راکتور بوشهر در ابتدای اولین سیکل کاری راکتور

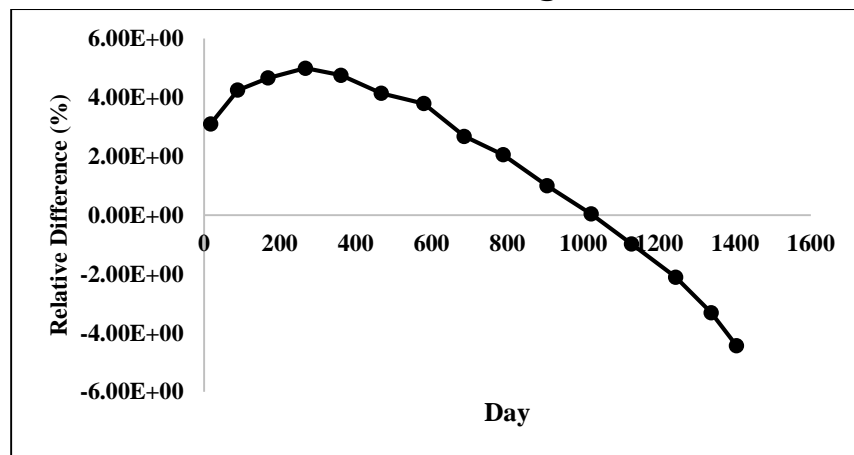
اورانیوم ۲۳۸		اورانیوم ۲۳۵	
غلظت (گرم-اتم)	جرم (گرم)	غلظت (گرم-اتم)	جرم (گرم)
۲۹۳۵۳۱	۶۹۸۶۰۳۷۸	۷۴۶۰/۱۶۸	۱۷۵۳۱۳۹



شکل شماره ۲: نمای شعاعی قلب راکتور MASLWR



شکل شماره ۳: نرخ گسیل پادنوترینو راکتور MASLWR



شکل شماره ۴: اختلاف نسبی نرخ گسیل پادنوترینو بسته نرم افزاری طراحی شده و مرجع [۱۳]

بحث و نتیجه گیری :

در این کار تحقیقاتی یک کد محاسبات طیف بتا و پادنوترینو توسعه و با کد ORIGEN جهت محاسبه طیف پادنوترینو یک راکتور هسته‌ای کوپل شد. برای ارزیابی کد مذکور از معیار MASLWR [۱] استفاده شد. مقایسه نتایج محاسبات با مرجع [۱] نشان می‌دهد حداکثر خطای محاسبه کمتر از ۵ درصد است و حداکثر نرخ گسیل پادنوترینو در راکتور MASLWR نسبت به PWR معمولی در حدود ۲۷ درصد کاهش یافته است. در کار تحقیقاتی حاضر توان در کل قلب راکتور به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. پیشنهاد می‌شود برای افزایش دقت محاسبات، توزیع چگالی توان توسط یک کد محاسبات قلب به دست آورده شود و به بسته نرم‌افزاری محاسبه پادنوترینو راکتور داده شود.



مراجع :

- [1] Alex c. Misner, Simulated Antineutrino Signatures of Nuclear Reactors for Nonproliferation Applications, PHD thesis, Oregon State University, 2008.
- [2] A. Borovoi and L. A. Mikaelyan, Soviet Atomic Energy, 44, 589 (1978).
- [3] K. Schreckenbach, H. R. Faust, F. von Feilitzsch, A. A. Hahn, K. Hawerkamp, and J. L. Vuilleumier, Phys. Lett. 99B, 251(1981).
- [4] K. Schreckenbach, G. Colvin, W. Gelletly, and F. Von Feilitzsch, Phys. Lett. 160B, 325 (1985).
- [5] F. von Feilitzsch, A. A. Hahn, and K. Schreckenbach, Phys. Lett. 118B, 162 (1982).
- [6] Hahn, K. Schreckenbach, W. Gelletly, F. von Feilitzsch, G. Colvin, and B. Krusche, Phys. Lett. B, 218, 365 (1989).
- [7] Y. Declais et al., Nucl. Phys. B434, 503 (1995).
- [8] M. Appollonio et al. (CHOOZ Collaboration), Eur. Phys. J. C 27, 331 (2003).
- [9] O. Tengblad, K. Aleklett, R. Von Dincklage, E. Lund, G. Nyman, and G. Rudstam, Nucl. Phys. A503, 136 (1989).
- [10] Th. Mueller et al., Phys. Rev. C 83, 054615 (2011).
- [11] P. Huber, On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors, arXiv: 1106.0687v4 [hep-ph], 2012.
- [12] G. Keefer, A. Piepke, Beta spectrum for $^{39}_{18}\text{Ar}$, $^{85}_{36}\text{Kr}$ and $^{210}_{83}\text{Bi}$, Department of physics and Astronomy, University of Alabama, May 11, 2004.
- [13] A. Sirlin, Radiative Correction to the $\bar{\nu}e$ (νe) Spectrum in β - Decay, arXiv: 1105.2842v2 [hep-ph], 12 Sep 2011.