مدلی جدید برای محاسبه جرم هیپرهسته‌های غیر نسبیتی دارای یک هیپرون

عرب،سمانه [۱]– صالحی،نسرین* [۱] – آقایان،سیدعلی [۲] – زاهدی،محمود [۱]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شاهرود، شاهرود، ایران

[۲] گروه مهندسی هسته‌ای، دانشکده فنی و مهندسی ، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شاهرود، شاهرود، ایران

چکیده:

هدف ما در این مقاله ارائه مدلی مناسب برای محاسبه جرم هیپرهسته‌های غیر نسبیتی دارای یک هیپرون می‌باشد. بدین منظور ابتدا به حل تحلیلی معادله شرودینگر شعاعی غیرنسبیتی با درنظر گرفتن پتانسیل برهم‌کنشی کیلینگ بک به روش هیون پرداخته‌ایم. بدین ترتیب انرژی بستگی حالت پایه هیپرهسته‌های دارای یک نوع هیپرون را بدست آورده‌ایم و سپس با استفاده از فرمول جرمی، جرم تعدادی از هیپرهسته‌های H ، He ، Li ، Be، B و C را محاسبه نموده‌ایم. محاسبات نشان میدهد که نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما با نتایج تجربی سازگاری بسیار خوبی دارد.

کلمات کلیدی: *هیپرهسته، روش هیون، پتانسیل کلینگ بک، هیپرون.*

مقدمه:

فیزیک هیپرهسته، با هسته‌هایی سروکار دارد که یک یا چند نوکلئون با هیپرون‌ها جایگزین شده‌اند. گسترش دامنه شناخت هیپرهسته‌ها ناشی از استفاده همزمان روش‌های تجربی و تئوری بوده است [۱]. آنچه فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک هسته‌ای را به هم متصل می‌کند فیزیک هیپرهسته می‌باشد. پیگیری برهم‌کنش‌های هیپرون– هیپرون، هیپرون– نوکلئون

باعث فهم بهتر و قابل توجهی در ساختار هسته، ویژگی‌های ذرات شگفت و بررسی مسئله مربوط به چند جسمی هسته شده است. از آنجائیکه انرژی هیپرهسته ها نسبت به جرم سکون آن‌ها خیلی کمتر است، لذا می توان هیپرهسته‌ها را با معادله‌ی شرودینگر بررسی نمود. ما در این مقاله ابتدا به حل معادله شرودینگر شعاعی با پتانسیل پیشنهادی خود به روش هیون پرداخته و انرژی بستگی غیرنسبیتی حالت پایه هیپرهسته‌های دارای یک نوع هیپرون (Λ ، Σ^0، Σ^+، Σ^-، Ξ^0، Ξ^- و یا Ω) را بدست آورده‌ایم، سپس با استفاده از فرمول جرمی، جرم تعدادی از هیپرهسته‌های H ، He ، Li ، Be ، Bو C را محاسبه نموده‌ایم و در آخر نتایج محاسبات خود را با داده‌های تجربی مقایسه نموده‌ایم.

۱-۱ پتانسیل برهم‌کنش:

در بسیاری از کاربردهای عملی، پتانسیل نوسانگر هماهنگ (H.O.) طیفی را ایجاد می‌کند که با طیف ایجاد شده توسط پتانسیل‌هایی مانند پتانسیل کولنی بعلاوه پتانسیل خطی تفاوت زیادی ندارند. در مدل QCD پتانسیل‌های کولنی و خطی به خوبی پیش‌بینی می‌شوند [۲]. از آنجا که مدلهای نوسانگر هماهنگ ساده دارای ویژگی‌های ریاضیاتی جالبی هستند، بیشتر از این مدل‌ها در حکم پتانسیل قیدی استفاده می‌شود [۳]. هیپرهسته را می‌توان به عنوان یک مجموعه دو جسمی شامل دو بخش هیپرون و نوکلئون‌ها در نظر گرفت [٤]. در این مجموعه هر هیپرون با نوکلئون‌های دیگر برهم‌کنش می‌کند. پتانسیل مقید کننده در این مقاله، پتانسیل کیلینگ بک بوده [۵] که آن را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$V\left(r\right)=\frac{c}{r}+br+ar^2+\frac{d}{r^2} \qquad (۱)$$

در رابطه فوق، جمله اول پتانسیل فوق‌کولنی بوده که در فواصل کوچک از نوع جاذبه می‌باشد. دومین جمله، پتانسیل محدود کننده‌ای است که مانع از آن می‌شود تا ذرات از یکدیگر فاصله بگیرند. جمله سوم پتانسیل نوسانگر هماهنگ بوده

و جمله آخر، پتانسیل مرکزی است که با شرط $d \neq 0$ منجر به از بین رفتن تبهگنی می‌شود. پارامترهای قدرت پتانسیل (a، b، c و d)، مقادیری ثابت هستند.

۱-۲ حل دقیق معادله شرودینگر تحت پتانسیل نگهدارنده:

هیپرهسته را می‌توان یک مجموعه دو جسمی شامل دو بخش هیپرون و نوکلئون‌ها در نظر گرفت [٤]. با جداسازی بخش زاویه‌ای و شعاعی معادله شرودینگر در پتانسیل مرکزی $V(r)$، می‌توانیم از بخش زاویه‌ای معادله شرودینگر فاکتور بگیریم و در نهایت معادله شرودینگر شعاعی غیرنسبیتی برای هیپرهسته‌های دارای یک هیپرون به صورت زیر می‌باشد [٦]:

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E-V(r)\right)R(r)-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}R(r)=0 \qquad (۲)$$

که در آن $R(r)$ تابع موج شعاعی، E ویژه مقدار انرژی و ℓ عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای می‌باشد و μ جرم کاهش یافته می‌باشد [۷]. با معرفی تابع موج شعاعی به صورت $R(r)=r^{-1}U(r)$ [۸] معادله (۲) به شکل زیر خواهد شد:

$$U''(r)+\left[\frac{2^{\mu}}{\hbar^2}\left(E-ar^2-br-\frac{c}{r}-\frac{d}{r^2}\right)-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right]U(r)=0 \qquad (۳)$$

برای حل معادله (۳) از تغییر متغیر $U(r)=r^{A}e^{-(Br+Gr^2)}F(r)$ استفاده کرده و سپس با بازنویسی رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$e^{-\left(Br+Gr^2\right)}r^{A}\begin{bmatrix} F''(r)+\left(-2\left(B+2Gr\right)+2Ar^{-1}\right)F'(r)+r^2F(r)\left(4G^2-a_1\right) \\ +rF(r)\left(4BG-b_1\right)+r^{-1}F(r)\left(-2AB-c_1\right) \\ +r^{-2}F(r)\left(A^2-A-d_1-\ell(\ell+1)\right)+F(r)\left(-4GA+B^2-2G+E_1\right) \end{bmatrix}=0 \qquad (٤)$$

که در آن ضرایب a_1 و b_1 و c_1 و d_1 و E_1 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$a_1=\frac{2\mu}{\hbar^2}a \quad b_1=\frac{2\mu}{\hbar^2}b \quad c_1=\frac{2\mu}{\hbar^2}c \quad d_1=\frac{2\mu}{\hbar^2}d \quad E_1=\frac{2\mu}{\hbar^2}E \qquad (٥)$$

با انجام محاسبات مقادیر A، B و G به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$A=\frac{+1\pm\sqrt{1+4(d_1+\ell(\ell+1))}}{2} \qquad B=\frac{b_1}{2\sqrt{a_1}} \qquad G=\frac{\sqrt{a_1}}{2} \qquad (٦)$$

ما برای حل معادله (٤) از روش هیون [٥] استفاده می‌کنیم. معادله استاندارد هیون به شکل زیر خواهد بود:

$$H''(z)+\left(-2z-\beta'+\frac{1+\alpha'}{z}\right)H'(z)+\left[-2-\alpha'+\gamma'+\frac{-\frac{\beta'(\alpha'+1)}{2}-\frac{\delta'}{2}}{z}\right]H(z)=0 \tag{۷}$$

با مقایسه طرفین معادله (٤) و معادله استاندارد هیون، ضرایب مورد نظر به شکل رابطه (٨) بدست می‌آیند:

$$\alpha'=2A-1 \quad \beta'=2B \quad \gamma'=B^2+E_1 \quad \delta'=2c_1 \tag{٨}$$

با توجه به اینکه $F(r)=H_b(\alpha',\beta',\gamma',\delta',Z)$ می‌باشد، لذا می‌توان $F(r)$ را بصورت زیر در نظر گرفت [٥]:

$$F(r)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n r^n \quad F'(r)=\sum_{n=0}^{\infty}nc_n r^{n-1} \quad F''(r)=\sum_{n=0}^{\infty}n(n-1)c_n r^{n-2} \tag{٩}$$

با قرار دادن $F(r)$ در معادله (٦) به معادله بازگشتی زیر دست می‌یابیم:

$$c_{n+2}=\frac{r^n\left(\left(B'(n+1)+\frac{B'(\alpha'+1)}{2}+\frac{\delta'}{2}\right)c_{n+1}+(2n+2+\alpha'-\gamma')c_n\right)}{r^n\left((n+2)(n+1)+(n+2)+\alpha'(n+2)\right)} \tag{١٠}$$

با حل معادله (١٠) مقدار انرژی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_{n,l}=\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(2n+2-\frac{b}{4a}\pm\sqrt{1+4\left(d+\ell(\ell+1)\right)}\right) \tag{١١}$$

مقدار عددی انرژی بستگی هیپرهسته دارای یک هیپرون با در نظر گرفتن $E_{n.l}=-B_{(hypernucle)}$ [٦] بدست می‌آید.

۳-۱ محاسبه جرم هیپرهسته‌ها:

جرم هیپرهسته از رابطه $M_{hypernuclei}=Zm_p+Nm_n+M_y+E_{n,l}$ محاسبه می‌شود [٩]. به منظور یافتن پارامترهای a، b، c و d در معادله‌ی (٣) و سه پارامتر A، B و G در رابطه‌ی (٦) از روش *global fit* استفاده نموده‌ایم و ضرایب و پارامترهای مجهول را بطور همزمان به گونه‌ای یافتیم که بهترین برازش با جرم تجربی هیپرهســـته‌های دارای یک هیپرون حاصل شود. مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل محاسبه شده به ترتیب در جدول (١) گزارش شده‌اند.

جدول شماره (۱): مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل برهم کنش رابطه‌ی (۱) برای محاسبه‌ی جرم هیپرهسته‌های دارای یک هیپرون در حالت پایه در مدل غیرنسبیتی.

ضرایب پتانسیل	a	b	c	d
مقادیر	۲/۵۷۱۹	۳/۴۰۰۸	-۱/۳۲۴۱	۰/۵۴۵۰

۲- نتایج:

در زیر نتایج تجربی جرم هیپرهسته های دارای یک هیپرون برحسب MeV [۱۰ و ۱۱] با مقدار جرم تئوری محاسبه شده حاصل از مدل تئوری ما مقایسه شده است.

جدول شماره (۲): نتایج محاسبات حاصل از مدل تئوری ما (ستون دوم) و نتایج تجربی [۱۰ و ۱۱] (ستون سوم) مربوط به جرم هیپرهسته‌های دارای یک هیپرون.

Hypernuclei	$M_{Our\ Calc}$ (MeV)	$M_{Exp}(MeV)$ [۱۰ و ۱۱]	در صد خطای نسبی
${}^{13}_{\Lambda}C$	۱۲۳۱۳/۳۸	۱۲۲۷۸/۹۵	۰/۲۸
${}^{4}_{\Sigma^0}He$	۳۹۵۶/۹۳۸	۳۹۲۲	۰/۸۹
${}^{4}_{\Sigma^+}He$	۳۹۵۳/۸۵۶	۳۹۰۴	۱/۲۷
${}^{4}_{\Sigma^-}He$	۳۹۶۱/۴۶۴	۳۹۳۳	۰/۷۲
${}^{4}_{\Xi^0}He$	۴۰۷۲/۶۳۷	۴۱۰۶	۰/۸۱

${}^{4}_{\Xi^-}He$	٤٠٧٨/٩٠٤	٤١٢١	١/٠٢
${}^{4}_{\Omega}He$	٤٤١٦/٦٤٧	٤٢٩٣	٢/٨٨
${}^{4}_{\Lambda}H$	٣٨٨٥/٩٤٤	٣٩٢٢	٠/٩١
${}^{4}_{\Sigma^0}H$	٣٩٥٨/٢١٨	٣٩٢٢	٠/٩٢
${}^{4}_{\Sigma^-}H$	٣٩٦٢/٧٤٤	٣٩٠٤	١/٥٠
${}^{4}_{\Sigma^+}H$	٣٩٥٥/١٣٦	٣٩٣٣	٠/٥٦
Hypernuclei	$M_{Our\ Calc}$ (MeV)	$M_{Exp}(MeV)$ [۱۰ و ۱۱]	در صد خطای نسبی
${}^{4}_{\Xi^-}H$	٤٠٨٠/١٨٣	٤١٠٦	٠/٦
${}^{4}_{\Xi^0}H$	٤٠٧٣/٩١٧	٤١٢١	١/١٤
${}^{4}_{\Omega}H$	٤٤١٧/٩٢٦	٤٢٩٣	٢/٩٨
${}^{3}_{\Lambda}\mathrm{H}$	٢٩٦٠/٤٩١	٢٩٩١/١٢	١/٠٢
${}^{4}_{\Lambda}He$	٣٨٨٤/٦٦٤	٣٩٢١/٦٣	٠/٩٤
${}^{5}_{\Lambda}He$	٤٨١٦/٩٩٦	٤٨٣٩/٨٤	٠/٤٧
${}^{6}_{\Lambda}He$	٥٧٥٢/١٥٥	٥٧٧٩/١٤	٠/٤٦
${}^{7}_{\Lambda}He$	٦٦٨٨/٧٥	٦٧١٥/٦٦	٠/٤٠
${}^{7}_{\Lambda}Li$	٦٦٨٨/٧٥	٦٧١٥/٦٦	٠/٣٥

$^{7}_{\Lambda}Be$	٦٦٨٦/١٧١	٦٧١٥/٧١	٠/٤٣
$^{8}_{\Lambda}He$	٧٦٢٦/١٧٥	٧٦٥٣/٢	٠/٣٥
$^{8}_{\Lambda}Li$	٧٦٢٤/٨٨٤	٧٦٤٢/٥٢	٠/٢٣
$^{8}_{\Lambda}Be$	٧٦٢٣/٥٩٤	٧٦٤٢/٨٦	٠/٢٥
$^{9}_{\Lambda}Li$	٨٥٦٢/٨٣٢	٨٥٧٨/٦٩	٠/١٨
$^{9}_{\Lambda}Be$	٨٥٦١/٥٤١	٨٥٦٣/٦٩	٠/٠٢
$^{10}_{\Lambda}B$	٩٤٩٨/٥٤٧	٩٥٠٠/١٥	٠/٠١
$^{11}_{\Lambda}B$	١٠٤٣٧/٠٩	١٠٤٢٩/٦٩	٠/٠٧
$^{12}_{\Lambda}B$	١١٣٧٥/٨٢	١١٣٥٦/٩١	٠/١٦
$^{13}_{\Lambda}c$	١٢٣١٣/٣٨	١٢٢٧٨/٩٥	٠/٢٨

۳- بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله با حل معادله شرودینگر شعاعی و با استفاده از تابع هیون ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی را به ازاء پتانسیل برهم‌کنش پیشنهادی بدست آوردیم و با محاسبه مقدار انرژی بستگی غیرنسبیتی هیپرهسته‌های دارای یک هیپرون، جرم

تعدادی از هیپرهسته‌ها را محاسبه کردیم. با مقایسه نتایج جدول (۲) با نتایج گزارش شده در مراجع [۱۰ و ۱۱] ، در می‌یابیم که نوع پتانسیل برهم کنش در نظر گرفته شده میان ذرات تشکیل دهنده هیپرهسته تا حد زیادی واقع بینانه بوده و مجموع پتانسیل نوسانی، پتانسیل خطی، پتانسیل کولنی و پتانسیل غیرتبهگن به عنوان پتانسیل برهم کنش نگهدارنده، ترکیبی مناسب می‌باشد و نتایج حاصل تا حد بسیار زیادی با نتایج تجربی سازگاری دارد، لذا مدل‌های پیشنهادی ما و انتخاب نوع پتانسیل برهم‌کنش در زمینه توصیف جرم هیپرهسته‌ها موفق بوده‌اند.

مراجع:

[1] G. Bonomi, Few-Body Syst. 43 (2008).

[2] S. Gunnar, Bali etal., phys.Rev, D62,(2000).

[3] S. Gunnar, Bali, phys.Rev, 343, 1, (2001).

[4] Z. Shah, and et al. Eur. Phys. J. A. 52, 313, (2016).

[5] W. S. Chung, S. Zare, and H.Hassanabadi,Commun. Theor. Phys., 67 (2017).

[6] A. Armat, and H. Hassanabadi, Modern Physics Letters A, 31, 14, (2016).

[۷] آرمات.آیدا، حسن آبادی .حسن،کنفرانس فیزیک ایران، دانشگاه شیراز، شهریور۱۳۹۵.

[8] T. Thakkar, and et al. Nucl. Phys., 1, 56, pp 750, (2011).

[9] C. Samanta, P. Roy Chowdhury, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 32, 3, (2006).

[10] J. Pniewski., Acta Phys. Pol. B, 20, 2, pp 129, (1971).

[11] S. M. Gerasyuta and Matskevich., Int. J. Mod. Phys. A., 25, 30, pp 1550157, (2015).