



بررسی تاثیر آیزواسپین بر طیف انرژی هسته‌های سبک ($ZN \cong$) با عدد جرمی فرد در مدل IBFM

قیانوری^۱، مریم^۱؛ امیری، نرجس^۲؛ جعفریزاده، محمد علی^۲؛ وثوقی، سارا^{۳*}

^۱سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

^۲گروه فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

^۳سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده کاربرد پرتوها، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده:

در این مقاله، ابتدا مدل حل‌پذیری برای گذار فازی -شکلی بین حدهای تقارن دینامیکی کروی به چرخنده گامای ناپایدار در هسته‌هایی با عدد جرمی سبک فرد با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$ و با در نظر گرفتن درجات آزادی آیزواسپین ارائه شد. سپس ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های فرد سبک روی Zn^{59-63} (با $ZN \cong$) را با استفاده از مدل $IBFM-1$ بدست آورده و سپس با وارد کردن یک آیزواسپین سه‌گانه به بررسی نحوه تاثیر تقارن آیزواسپین در این هسته‌ها پرداختیم. طیف انرژی محاسبه شده در این دو حالت با هم مقایسه شد. نتایج ما نشان می‌دهد در نظر گرفتن آیزواسپین در هسته‌های سبک در نزدیکی خط پایداری می‌تواند نتایج دقیقتری در مقایسه با داده‌های تجربی ایجاد کند.

کلمات کلیدی: تقارن آیزواسپین، مدل اندرکنش بوزونی، مدل اندرکنش بوزون - فرمیونی، ایزوتوپ‌های فرد روی

مقدمه:

مطالعه هسته‌های سبک ($N \cong Z$) به دلیل آنکه تقارن آیزواسپین در نزدیکی خط پایداری $N = Z$ ماکزیمم است یکی از موضوعات مهم و جالب می‌باشد. در هسته‌های سبک با پروتونها و نوترونهای ظرفیتی اشغال کننده پوسته‌های اصلی یکسان، آیزواسپین باید در محاسبات وارد شود. اگر برای نوترونها و پروتونهایی که پوسته ظرفیت را اشغال کنند تقارن آیزواسپین در نظر گرفته شود، منجر به دو نوع مدل اندرکنش بوزونی (IBM) می‌گردد. یعنی با در نظر گرفتن پایستگی آیزواسپین در چارچوب مدل‌های بوزونی، جفت‌های چهارقطبی و تک قطبی $n-p$ باید به جفت‌های $n-n$ و $p-p$ اضافه شود تا یک آیزواسپین سه‌گانه را شکل دهد. یک بسط مهم از مدل اندرکنش بوزون (IBM) که بوزون نوترون - پروتون را علاوه بر دو نوع بوزون پروتون - پروتون و نوترون - نوترون مدل $IBM-2$ در نظر می‌گیرد، مدل اندرکنش بوزونی $IBM-3$ نام دارد. بنابراین در این مدل تقارن آیزواسپین پایسته می‌ماند. در $IBM-3$ آیزواسپین 3 تایی از بوزونها در نظر گرفته می‌شود $T = 1$ که شامل یک جفت $n-p$ با $T_z = 0$ و جفت‌هایی $n-n$ و $p-p$ با $T_z = \pm 1$



است. که با این ایزواسپین ۳ تایی یک مدل بوزونی ناوردای ایزواسپین ایجاد می‌شود. در $IBM-4$ مجموعه حالات پوسته sd با مجموعه‌ای از بوزونهای d و s با ایزواسپین $T=1$ و اسپین ذاتی $s=0$ یا $T=0$ و $s=0$ متناسب است. یعنی در این نوع مدل علاوه بر در نظر گرفتن ایزواسپین یک اسپین نیز در نظر گرفته می‌شود. که این انتخاب به صورت ترکیبات دو ذره‌ای ایزواسپین و اسپین $(1,0) = (Ts)$ است [۱،۲].

هسته‌های فرد که با استفاده از مدل اندرکنش بوزون - فرمیونی توصیف می‌شوند نیز می‌توانند در نسخه سوم ($IBM-3$) توصیف شوند با این تفاوت که ایزواسپین تک نوکلئون نیز باید بصورت برداری با ایزواسپین بوزونها جفت شود. اجزای اصلی تشکیل دهنده مدل $IBM-3$ $(b_{\rho,l,m}^+, b_{\rho,l,m}, \rho = \pi, \delta, \nu)$ ، یک فضای ۱۸ بعدی را تشکیل می‌دهند که فضای نمایشی که ایجاد می‌کنند خواهد بود بصورت $U_T^{(B)}(3) \otimes U^{(B)}(6) \supset U^{(B)}(18)$. همچنین اپراتورهای خلق و فنا فرمیون $\left(a_{1/2,m_i,j,m}^+, a_{1/2,m_i,j,m}, m_i = \pm \frac{1}{2} \right)$ فضایی به ابعاد $\Omega_i = \sum_i 2j_i + 1$ ایجاد می‌کنند. در این حالت گروه تقارن دینامیکی برای فرمیونها بصورت $U_T^{(F)}(2) \otimes U^{(F)}(\Omega)$ خواهد بود [۱،۲،۳،۴].

در این مقاله، مدل حل پذیر ارائه شده برای گذار فازی - شکلی بین حدهای تقارن دینامیکی کروی به چرخنده گامای ناپایدار در هسته‌هایی با عدد جرمی سبک فرد با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$ و با در نظر گرفتن درجات آزادی ایزواسپین را برای توصیف ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های فرد روی Zn^{59-63} با استفاده از هامیلتونین گذاری مورد بررسی قرار داده و به بررسی تاثیر در نظر گرفتن ایزواسپین بر طیف این هسته‌ها پرداختیم.

روش کار :

نتایج مدل $IBFM-1$ برای هسته‌های سبک فرد در منطقه گذار نشان می‌دهد که این مدل نمی‌تواند خصوصیات این هسته‌ها مانند طیف انرژی و احتمالات گذار چهار قطبی الکتریکی و... را در مقایسه با داده‌های تجربی خیلی خوب پیش بینی کند. در این نوع هسته‌ها باید تقارن ایزواسپین در نظر گرفته شود. با این هدف، ما مدل $IBFM-3$ را برای هسته‌های سبک فرد در منطقه گذار بین حد نوسانی و گامای ناپایدار با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$ و با حفظ تقارن ایزواسپین بوسیله جفت‌شدگی نوکلئون با $j = \frac{3}{2}$ به حالات بوزونی $IBM-3$ ایجاد می‌کنیم. زنجیره گروه در حد ارتعاشی مدل $IBFM-3$ بصورت رابطه زیر نوشته می‌شود [۱،۲،۴]



$$U^{(B)}(18) \otimes U^{(F)}(8) \supset U^{(B)}(6) \otimes U_T^{(B)}(3) \otimes U^{(F)}(4)$$

$$\otimes U_T^{(F)}(2) \supset$$

$$\left(U^{(B)}(6) \otimes U^{(F)}(4) \supset U^{(B)}(5) \otimes SU^{(F)}(4) \supset \right.$$

$$\left. O^{(B)}(5) \otimes SP^{(F)}(4) \supset Spin^{(BF)}(5) \supset Spin^{(BF)}(3) \right)$$

$$\otimes \left(U_T^{(B)}(3) \otimes U_T^{(F)}(2) \supset SU_T^{(B)}(3) \otimes SU_T^{(F)}(2) \right)$$

$$\supset SU_T^{(B)}(2) \otimes SU_T^{(F)}(2) \supset SU_T^{(BF)}(2)$$

زنجیره گروه در حد چرخشی مدل IBFM-3 نیز از رابطه زیر بدست می‌آید [۱،۲،۴]

$$U^{(B)}(18) \otimes U^{(F)}(8) \supset U^{(B)}(6) \otimes U_T^{(B)}(3) \otimes U^{(F)}(4)$$

$$\otimes U_T^{(F)}(2) \supset$$

$$\left(U^{(B)}(6) \otimes U^{(F)}(4) \supset O^{(B)}(6) \otimes SU^{(F)}(4) \supset \right.$$

$$\left. O^{(B)}(5) \otimes SP^{(F)}(4) \supset Spin^{(BF)}(5) \supset Spin^{(BF)}(3) \right)$$

$$\otimes \left(U_T^{(B)}(3) \otimes U_T^{(F)}(2) \supset SU_T^{(B)}(3) \otimes SU_T^{(F)}(2) \right)$$

$$\supset SU_T^{(B)}(2) \otimes SU_T^{(F)}(2) \supset SU_T^{(BF)}(2)$$

نوکلئون منفرد آیزواسپین $1/2$ دارد که با آیزواسپین بوزونهای s و d به شیوه‌های مختلف جفت می‌شود. با هریک از این روشها، ما به سادگی آیزواسپین فرمیون را به آیزواسپین بوزونها جفت می‌کنیم تا آیزواسپین کل را بدست آوریم. در این مقاله ناحیه گذار U(5)-O(6) در هسته‌های A فرد با استفاده از جبر آفاین SU(1,1) و ساختار جبر دوگانگی در سیستم‌های دو تراز در مدل اندرکنش بوزون-فرمیونی بررسی می‌شود. جبرلی متناظر با گروه تقارنی SU(1,1) با استفاده از سه عملگر S^+, S^-, S^0 توصیف می‌شود که روابط جابجائی زیر بین آنها برقرار می‌باشد [۵،۶]

$$[S^0, S^\pm] = \pm S^\pm, [S^+, S^-] = -2S^0 \quad (1)$$

مولد های گروه $SU^d(1,1)$ که شامل جفت شدگی d بوزون را در نظر می‌گیریم بصورت

$$S_B^+ = \frac{1}{2}(d^+ \cdot d^+), S_B^- = \frac{1}{2} \left(\overset{\square}{d} \cdot \overset{\square}{d} \right), S_B^0 = \frac{1}{4} \sum_v (d_v^+ d_v + d_v d_v^+) \quad (2)$$

برای نمونه های مربوط به حد SO(6)، مولدهای $SU^{sd}(1,1)$ ایجاد می‌شود بصورت [۶،۵]

$$S_B^+ = \frac{1}{2}(d^+ \cdot d^+ \pm s^+ s^+), S_B^- = \frac{1}{2} \left(\overset{\square}{d} \cdot \overset{\square}{d} \pm s^2 \right), S_B^0 = \frac{1}{4} \sum_v (d_v^+ d_v + d_v d_v^+) + \frac{1}{4}(s^+ s + s s^+) \quad (3)$$

رابطه دوگانگی بین کازیمیر ها بصورت زیر برقرار می‌گردد

$$C_2(SU^d(1,1)) = \frac{5}{16} + \frac{1}{4} C_2(SO^B(5)), C_2(SU^{sd}(1,1)) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} C_2(SO^B(6)) \quad (4)$$

حال می‌توان به صورت مشابه، جبر بی نهایت بعدی خود را تولید نمود



$$S_n^\pm = c_s^{2n+1} S^\pm(s) + c_d^{2n+1} S^\pm(d), S_n^0 = c_s^{2n} S^0(s) + c_d^{2n} S^0(d) \quad [S_m^0, S_n^\pm] = \pm S_{m+n}^\pm, [S_m^+, S_n^-] = -2S_{m+n}^0 \quad (5)$$

بنابراین مجموعه عملگرهای $\{S_m^\mu, \mu=0, +, -, m=0, \pm 1, \dots\}$ یک جبرلی آفین $SU(1,1)$ بدون گستردگی مرکزی را فراهم می‌آورند که هنگامی که $c_s = 0$ و $c_d \neq 0$ حد $U^{BF}(5)$ و $c_s = c_d$ حد $O^{BF}(6)$ را خواهیم داشت منطقه گذر هنگامی که $c_s \neq c_d$ باشد حاصل می‌گردد. در ادامه با استفاده از مولدهای جبر $SU(1,1)$ هامیلتونین ناوردای آیزواسپین لازم برای توصیف ناحیه گذار $U(5) \leftrightarrow O(6)$ را می‌توان ایجاد کرد بصورت:

$$H = gS_0^+ S_0^- + \alpha S_1^0 + \beta \hat{C}_2(\text{Spin}^{BF}(5)) + \gamma \hat{C}_2(\text{Spin}^{BF}(3)) + \eta \hat{C}_2(SU_T^{BF}(2)) \quad (6)$$

تابع موج در این حالت بصورت ضرب قسمت فضایی و آیزواسپین در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تابع موج پیشنهادی ما بصورت زیر می‌تواند بیان شود:

$$|k; \nu_s \nu_d n_\Delta, JM, TM_T\rangle = \Theta S_{x_1}^+ S_{x_1}^+ \dots S_{x_1}^+ |hw\rangle \times |T_B, T_F, TM_T\rangle$$

$$(v) |hw\rangle = \left| N, k_d = \frac{1}{2} \left(\nu_d + \frac{5}{2} \right), \mu_d = \frac{1}{2} \left(n_d + \frac{5}{2} \right), k_s = \frac{1}{2} \left(\nu_s + \frac{1}{2} \right), \mu_s = \frac{1}{2} \left(n_s + \frac{1}{2} \right), JM \right\rangle$$

برای توصیف طیف انرژی سیستم‌های مورد مطالعه، باید ریشه‌های x_i را از معادله زیر تعیین کرد

$$\frac{\alpha}{x_i} = \frac{c_s^2 \left(\nu_s + \frac{1}{2} \right)}{1 - c_s^2 x_i} + \frac{c_d^2 \left(\nu_d + \frac{5}{2} \right)}{1 - c_d^2 x_i} - \sum_{j \neq i} \frac{2}{x_i - x_j} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k \quad (8)$$

$$C = \frac{c_s}{c_d} \leq y_i = c_d^2 x_i$$

ویژه مقادیر هامیلتونین (۶) به صورت زیر بیان می‌گردد

$$E^{(k)} = h^{(k)} + \alpha \Lambda_1^0 + \beta (\nu_1(\nu_1 + 3) + \nu_2(\nu_2 + 1)) + \gamma J(J + 1) + \eta T(T + 1),$$

$$h^{(k)} = \sum_{i=1}^k \frac{\alpha}{x_i} \quad (9)$$

برای تعیین ریشه‌های بت - آنساتز جهت تعیین ترازهای انرژی هسته مورد مطالعه با مقادیر ν_s و ν_d خاص، ابتدا با استفاده از مقادیر حاصل از برازش طیف انرژی به مقادیر تجربی قابل دسترس، مقدار کمیت‌های α و C تعیین شده و سپس معادله (۸) به ازای حالت $i=1$ حل می‌شود. سپس با استفاده از برنامه‌های محاسباتی موجود از جمله Matlab و یا Mathematica سایر ریشه‌های این سیستم به طور کامل محاسبه می‌گردد. لازم به توضیح است که محاسبات مورد نظر به ازای مقادیر مختلف ثابت‌های حاصل از فرایند برازش اطلاعات تجربی [۸] تا جایی تکرار می‌شود تا مقدار خطای محاسباتی که به صورت



$$\sigma = \left(\frac{1}{N_{tot}} \sum_{i,tot} |E_{exp}(i) - E_{cal}(i)|^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

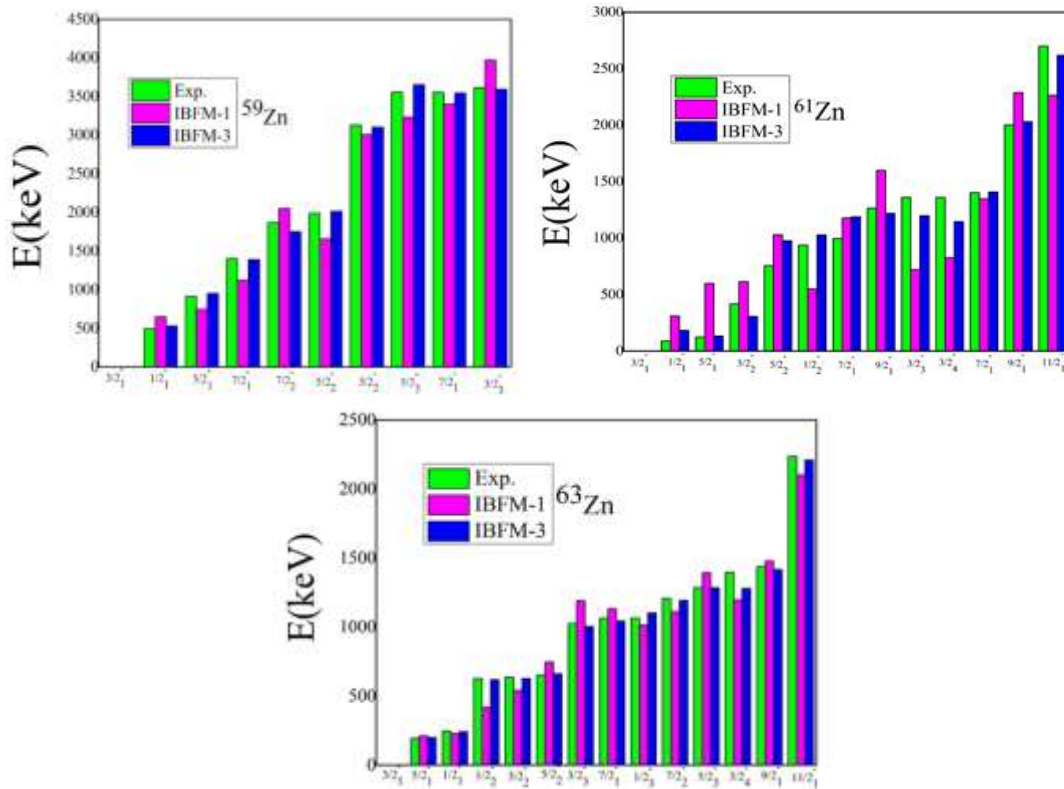
تعریف می‌شود به کمینه مقدار خود برسد [۵،۶،۷].

نتایج :

به منظور تست کارآمدی مدل IBFM-3 پیشنهادی در هسته‌های سبک نزدیک خط پایداری، ما حالت‌های پارته منفی ایزوتوپ‌های سبک روی ($^{61-69}\text{Zn}$) با یک بوزون پروتونی بیرون پسته بسته $Z=28$ و تک نوترونی بیرون پسته بسته $N=28$ را انتخاب کردیم. مطالعات نشان می‌دهند که اسپین و پارته حالت پایه ایزوتوپ‌های فرد روی ^{61}Zn و ^{63}Zn ، $\left(\frac{3}{2}\right)^-$ است. برای این ایزوتوپ ممکن است محاسبات IBFM-3 نتایج دقیقتری در مقایسه با نتایج IBFM-1 ایجاد کند. به منظور بدست آوردن طیف انرژی و محاسبات واقعی برای این هسته‌ها، ما نیاز داریم تا پارامتر هامیلتونین معادله (۶) را تعیین کنیم. پارامترها با حل معادلات بت - آنساتز با فرآیند برازش حداقل مربعات به داده‌های تجربی [۸] بدست آمد و سپس با تعیین این پارامترها ویژه مقادیر محاسبه شدند. بهترین برازش پارامترهای هامیلتونین در جدول (۱) نشان داده شده است. جدول (۱) پارامترهای هامیلتونین (معادله (۶)) و یک مقایسه‌ای از خطای محاسبات صورت گرفته توسط مدل IBFM-1 پیشنهادی ما [۶] و مدل IBFM-3 در مقایسه با داده‌های تجربی را نشان می‌دهد. شکل (۱) یک مقایسه بین ترازهای تجربی موجود و پیشگویی‌های مدلها (IBFM-3 و IBFM-1) برای ایزوتوپ‌های فرد روی سبک با $N \square Z$ ($^{59-63}\text{Zn}$) در منطقه کم انرژی طیف را نشان می‌دهد. نتایج ما نشان می‌دهد که طیف انرژی ایزوتوپ‌های روی بخوبی می‌تواند ایجاد می‌شود. نتایج ما نشان می‌دهد که ایزوتوپ‌های $^{59-63}\text{Zn}$ ویژگی‌های چرخنده گامای ناپایدار دارند اما ویژگی‌های ارتعاشی آن برجسته است که این نتیجه از مقادیر کنترل پارامترهایی که بدست آمد حاصل می‌گردد.

جدول ۱: پارامترهای هامیلتونین استفاده شده در محاسبه ایزوتوپ‌های $^{59-63}\text{Zn}$ (کمیت‌ها برحسب keV هستند)

هسته	N	α	β	γ	η	C	σ_{IBFM-1}	σ_{IBFM-3}
^{59}Zn	۱	۱۵۷٫۸۱	-۱٫۰۲۷	-۱۰٫۱۰۶	۲۴۰٫۷۳	۰٫۰۰۱	۲۸۶٫۷	۱۵۸٫۲۳
^{61}Zn	۲	۴۵٫۲۷	-۳٫۷۱	-۲۹٫۲۳	۲۷۰٫۶	۰٫۰۲	۳۶۶٫۹	۱۴۶٫۴۶
^{63}Zn	۳	۸۱٫۵۹	-۴٫۰۸	-۳۵٫۸۱	۱۵۰٫۶۴	۰٫۰۱	۱۷۵٫۱	۱۰۸٫۴۵



شکل ۱. مقایسه بین ترازهای تجربی موجود [۷] و پیشگویی‌های مدل‌ها (IBFM-3 و IBFM-1) برای ایزوتوپ‌های

روی سبک

در این مقاله، حل دقیقی برای ویژه مقادیر و ویژه توابع برای هسته‌های سبک فرد در منطقه گذار $U(5)$ - $O(6)$ مدل اندرکنش بوزون - فرمیونی بوسیله تکنیک جبری بینهایت بعدی بدست آمد. مدل IBFM-1 با در نظر گرفتن بوزون نوترون - پروتون تعمیم داده شد و مدل ناوردای آیزواسپین IBFM-3 ایجاد شد. ما حالت‌های پاریته منفی ایزوتوپ‌های سبک روی $^{59-63}\text{Zn}$ را با استفاده از مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار دادیم. میزان خطای حاصله نشان می‌دهد که مدل IBFM-3 که آیزواسپین را در محاسبات در نظر می‌گیرد برای هسته‌های سبک می‌تواند نتایج دقیقتری در مقایسه با داده‌های تجربی ایجاد کند. بنابراین ترازهای انرژی محاسبه شده توسط مدل IBFM-3 در یک تطابق خوب در مقایسه با داده‌های تجربی است در حالی که پیشگویی‌های IBFM-1 دقت قابل توجهی ندارد. همچنین مقادیر کنترل پارامتر برای ایزوتوپ‌های روی وجود تقارن $Spin^{BF}(5)$ را پیش بینی می‌کند که این نتیجه تاییدی بر این موضوع است که نزدیک لایه بسته، برای هسته‌هایی فقط با Z و N بالای مقدار جادویی، تعداد نوکلئون‌های بیرون پوسته تغییر شکل پذیر، کوچک است و انرژی



نقطه-صفر بیشتر از انرژی تغییر شکل است. بنابراین شکل پوسته ثابت نیست. این هسته‌های نوسانی (لرزشی) شکل حالت پایه کروی دارند.

مراجع :

- [^۱] F. Iachello and P. Van Isacker, "*The interacting boson-fermion model*" (Cambridge University Press, 1991).
- [^۲] D.D. Warner, M. A. Bentley and P. Van Isacker, "*The role of isospin symmetry in collective nuclear structure*" Nature Physics 2, 311 - 318 (2006).
- [^۳] V.K.B. Kota, "*Symmetry limits of the IBM-3 model with good s and d boson isospins*", Physics Letters B 399 (1997) 185-190.
- [^۴] J.P. ELLIOTT, J.A. EVANS and P. VAN ISACKER, "*An isospin invariant form of the interacting boson model for odd nuclei (IBFM-3)*", Nuclear Physics A481 (1988) 245-252.
- [^۵] F. Pan and J. Draayer, "*New algebraic solutions for SO(6) U(5) transitional nuclei in the interacting boson model*" Nuclear Physics A 636, 156 (1998).
- [^۶] M. Jafarizadeh, M. Ghapanvari, N. Fouladi, "*Algebraic solutions for U (5)-O (6) quantum phase transition in odd-mass-number nuclei*" Phys. Rev. C 92, 054306 (2015)
- [^۷] [D. Petrellis](#), [A. Leviatan](#), [F. Iachello](#), "*Quantum phase transitions in Bose-Fermi systems*", Ann. Phys. 326 (2011) 926-957
- [^۸] National Nuclear Data Center, <http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jspnewColor=dm>