



تاثیر پروفایل بیم الکترونی نسبیتی بر شتاب میدان عقبه پلاسمایی

مهدی عصری*، مصطفی مهدی پور

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گنبد کاووس، صندوق پستی: ۱۶۳، گنبد کاووس - ایران

چکیده:

در این مقاله، با استفاده از معادلات سیالی غیرخطی، برهمکنش بیم الکترونی نسبیتی با پلاسمای همگن و تولید میدان عقبه پلاسمایی مطالعه شده است. تاثیر استفاده از بیم الکترونی نسبیتی با پروفایل‌های پله‌ای، گوسی و سوپر-گوسی روی دامنه میدان عقبه پلاسمایی و آشفتگی چگالی الکترونی پلاسمای مورد بررسی قرار گرفت. دیده شد استفاده از بیم الکترونی نسبیتی با پروفایل سوپر-گوسی می‌تواند دامنه میدان عقبه و آشفتگی چگالی الکترونی پلاسمای را نسبت به حالت‌های دیگر افزایش دهد. علاوه بر این برای مطالعه مکانیسم شتاب الکترون و تبادل انرژی بین یک الکترون و میدان عقبه از دینامیک هامیلتونی استفاده کردیم. دیده شد در هر سه حالت با افزایش انرژی اولیه تک الکترون انرژی نهایی نیز افزایش می‌یابد. نشان دادیم که یک الکترون با انرژی اولیه در حدود 15MeV می‌تواند انرژی نهایی در حدود 3GeV از میدان‌های عقبه پلاسمایی تولید شده بوسیله بیم الکترونی سوپر-گوسی بدست آورد.

کلیدواژه‌ها: پروفایل بیم الکترونی، میدان عقبه، پلاسمای، شتاب الکترون

The effect of relativistic electron beam profile on plasma wakefield acceleration

M. Asri, M. Mehdipoor

Department of Physics, Faculty of Basic Science, Gonbad Kavous University, P.O.BOX:163, Gonbad Kavous, Iran.

Abstract:

In this paper, the interaction between a relativistic electron beam and a homogeneous plasma, and plasma wakefield generation has been studied with the use of nonlinear fluid equations. The effect of using the relativistic electron beam with step-like, gaussian, and super-gaussian profiles on the amplitude of plasma wakefield and the perturbation of electron density has been investigated. It was found that using the relativistic electron beam with a super-gaussian profile can increase the amplitude of wakefield and the perturbation of plasma electron density rather than the other cases. Moreover, we used the Hamiltonian dynamics to study the acceleration mechanism and the exchange of energy between an electron and wakefield. It was found that the electron final energy increases with the initial energy in all three cases. we showed that an electron with initial energy of about 15MeV can gain the final energy of about 3GeV from the generated plasma wakefields by the super-gaussian electron beam.

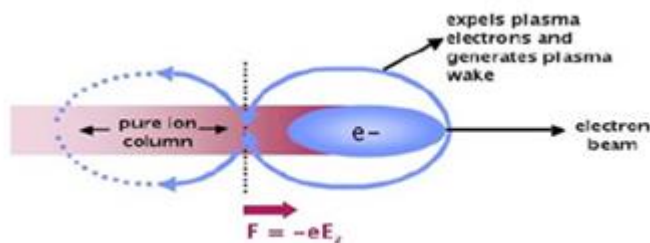
Keywords: Electron beam profile, Wakefield, Plasma, Electron acceleration

Email: mehdi.asri@gmail.com

۱. مقدمه

شتابدهنده‌های زیادی برای مقاصد مختلفی مثل استفاده در تحقیقات بنیادی، پزشکی و صنعت ساخته شده‌اند. درمان سرطان، برش و جوشکاری، تابش پرتو X، تولید رادیو ایزوتوپ‌ها، بررسی پرتوهای یونی، تولید نوترون و غیره از جمله کاربردهای شتابدهنده‌های ذرات است [۱-۱۵]. استفاده از شتابدهنده‌های کلاسیک برای شتاب ذرات باردار به دلیل ابعاد بزرگ و هزینه زیاد، محققان را به سمت شتابدهنده‌های جدید سوق داده است. استفاده از شتابدهنده‌های لیزری و پلاسمایی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. پلازما به دلیل تحمل میدانهایی از مرتبه ۱۰۰ گیگا ولت بر متر می‌تواند محیط مناسبی برای شتاب ذرات باشد. مکانیسم شتابدهنده میدان عقبه لیزری^۱ (LWFA) و میدان عقبه پلاسمایی^۲ (PWFA) بسیار ساده است [۶]. در شتابدهنده میدان عقبه لیزری نیروی محرکه یک بیم لیزری پرشدت باعث برانگیختن امواج پلازما در پشت پالس لیزر می‌شود. در شتابدهنده میدان عقبه پلاسمایی میدان بارفضای یک بیم الکترونی نسبیتی (با انرژی از مرتبه چند MeV) باعث تهییج امواج پلازما خواهد شد. وقتی یک بیم الکترونی وارد پلازما می‌شود بار منفی الکترونها بیم نسبیتی، الکترونها پلازما را دفع می‌کنند و یک ناحیه با بار مثبت در پشت بیم ایجاد می‌شود. در اثر این جدایی بار یک میدان الکتروستاتیک قوی ایجاد می‌شود (شکل ۱). تحت شرایط مناسب می‌توان الکترونها را خارج از پلازما یا داخل این میدانها تزریق کرده و بسته الکترونی با انرژی از مرتبه چندین GeV در طول چند میلی‌متر تولید کرد. استفاده از این روش بطور آزمایشگاهی اولین بار توسط Rosenzweig و همکاران در سال ۱۹۸۷ انجام شد [۷].

مطالعات مختلف نشان داده است که پروفایل و اندازه چگالی الکترونها پلازما، همگنی یا ناهمگنی پلازما، پروفایل و چگالی بیم الکترونی نسبیتی و همچنین استفاده از چندین بیم الکترونی نسبیتی می‌تواند روی دامنه میدان عقبه اثر بگذارد [۸-۱۳]. در این مقاله تاثیر استفاده از بیم الکترونی نسبیتی با پروفایل‌های پله‌ای، گوسی و سوپر-گوسی روی تولید میدان عقبه در پلازما و شتاب تک الکترون توسط این میدانها مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش دوم معادلات حاکم بر تولید میدان عقبه توسط بیم الکترونی نسبیتی بیان شده و تاثیر پروفایل بیم الکترونی روی دامنه میدان عقبه و چگالی الکترونها پلازما بررسی شده است. شتاب الکترون توسط میدانهای عقبه در بخش سوم بیان شده و در انتها نیز خلاصه و نتیجه‌گیری را آورده ایم.



شکل ۱: فیزیک شتابدهنده میدان عقبه پلاسمایی

۲. معادلات حاکم بر تولید میدان عقبه

معادلات توصیف کننده امواج غیرخطی در یک پلازما ی سرد توسط یک بیم الکترونی بصورت زیر است [۱۳]

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{P} = -e(\vec{E} + \vec{\beta}_e \times \vec{B}) \quad , \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi e(n_0 - n - n_b) \quad , \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , \quad (3)$$

¹ Laser wakefield acceleration

² Plasma wakefield acceleration

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad , \quad (4)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - 4\pi e(n\beta_e - n_b\beta_b) \quad , \quad (5)$$

سرعت الکترونیهای پلاسما و β_b سرعت بیم الکترونی نسبتی است که هر دو به سرعت نور بی بعد شده اند. میدان $\vec{E} = E\hat{x}$ الکتریکی امواج پلاسما و $\vec{B} = B_0\hat{z}$ است. یونها نیز بدلیل جرم سنگین ثابت فرض می شوند. با تغییر متغیر $\xi = \frac{\omega_{pe}}{v_{ph}}(x - v_{ph}t)$ معادلات را بازنویسی می کنیم. در اینجا $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ فرکانس پلاسما، n_0 چگالی الکترونیهای پلاسما در حالت تعادل و v_{ph} سرعت فاز امواج پلاسما است. با این تغییر متغیر معادله مولفه های اندازه حرکت بصورت زیر خواهند شد

$$\frac{dP_x}{d\xi} = \beta_{ph} \frac{E\sqrt{1+P^2} + \Omega P_y}{\beta_{ph}\sqrt{1+P^2} - P_x} \quad (6)$$

$$\frac{dP_y}{d\xi} = -\Omega \beta_{ph} \frac{P_x}{\beta_{ph}\sqrt{1+P^2} - P_x} \quad (7)$$

از ترکیب معادلات ۲ و ۵ معادله تغییرات میدان عقبه به شکل زیر نوشته می شود

$$\frac{dE}{d\xi} = -\frac{\beta_{ph} \left(\left(1 - \frac{n_b}{n_0}\right) P_x + \left(\frac{n_b}{n_0}\right) \beta_b \sqrt{1+P^2} \right)}{\beta_{ph}\sqrt{1+P^2} - P_x} \quad (8)$$

که در آن $P^2 = P_x^2 + P_y^2$ ، $\Omega = eB_0/mc\omega_{pe}$ فرکانس سیکلوترونی بی بعد شده الکترون و $\frac{n_b}{n_0}$ چگالی بی بعد شده بیم الکترونی نسبتی است. همچنین رابطه بین پتانسیل و میدان عقبه بصورت $E = -\partial\phi/\partial\xi$ می باشد. از معادله پیوستگی الکترون هم داریم

$$n = \beta_{ph} \frac{\sqrt{1+P^2}}{\beta_{ph}\sqrt{1+P^2} - P} \quad (9)$$

از پارامترهای بی بعد زیر استفاده شده است.

$$\beta_{ph} \rightarrow \frac{v_{ph}}{c} \quad , \quad n \rightarrow \frac{n}{n_0} \quad , \quad P_y \rightarrow \frac{P_y}{mc} \quad , \quad P_x \rightarrow \frac{P_x}{mc} \quad , \quad E \rightarrow \frac{eE}{mc\omega_{pe}} \quad (10)$$

معادلات ۶ تا ۹ را با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم برای پروفایل های مختلف بیم الکترونی نسبتی حل کرده و تغییرات پتانسیل و میدان عقبه پلاسمایی، چگالی پلاسما را مورد بررسی قرار می دهیم. مقادیر اولیه را بصورت $\frac{n_{b0}}{n_0} = 0.5$ ، $n_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ، $\xi_0 = 10$ ، $\Omega = 0$ ، $E = 0$ ، $\phi = 0$ و $n = 1$ اختیار کرده ایم.

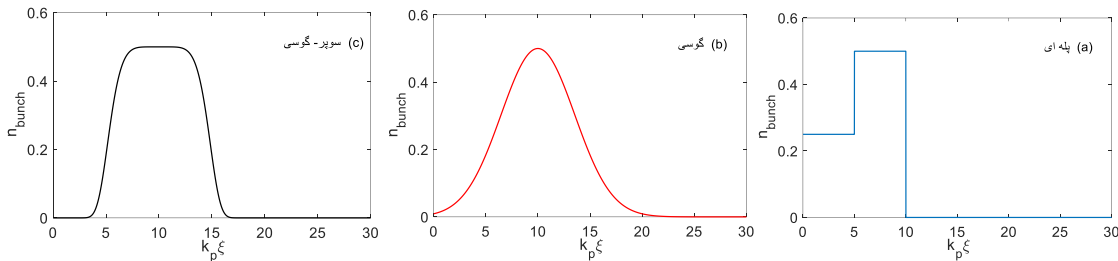
سه پروفایل مختلف بصورت زیر برای چگالی بیم الکترونی نسبتی در نظر می گیریم

$$n_b = \begin{cases} \frac{n_{b0}}{2} & , 0 \leq \xi < \frac{\xi_0}{2} \\ n_{b0} & , \frac{\xi_0}{2} \leq \xi \leq \xi_0 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (11) \quad \text{پله ای (a)}$$

$$n_b = n_{b0} \exp\left(-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{\sigma_x^2}\right) \quad (12) \quad \text{گوسی (b)}$$

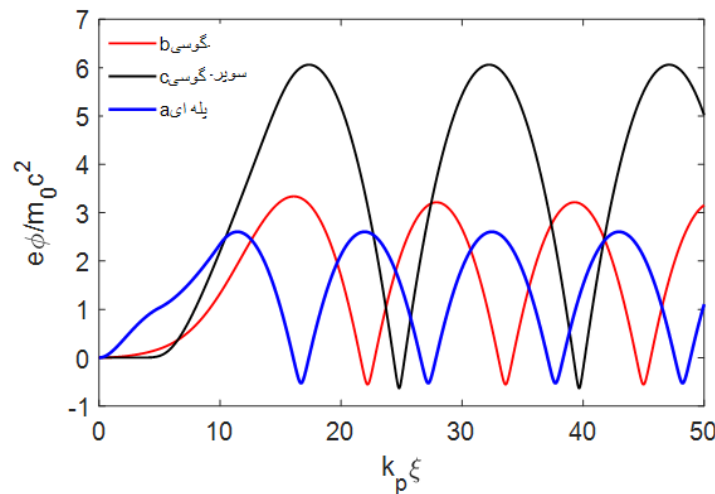
$$n_b = n_{b0} \exp\left(\left(-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{\sigma_x^2}\right)^3\right) \quad (13) \quad \text{سوپر-گوسی (c)}$$

که در آن n_{b0} ، σ_x ، ξ_0 به ترتیب بیشترین چگالی، طول و مکان اولیه بیم الکترونی می باشد. در شکل (۲) تغییرات چگالی بیم الکترونی بر حسب $k_p \xi$ نشان داده شده است.



شکل ۲: تغییرات چگالی بیم الکترونی نسبتی بر حسب $k_p \xi$ برای پروفایل‌های (a) پله‌ای، (b) گوسی، (c) سوپر-گوسی.

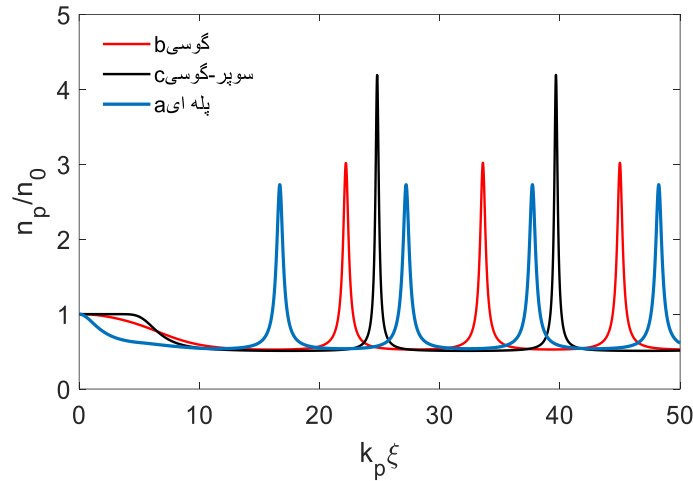
در شکل (۳) تغییرات پتانسیل میدان عقبه برای هر سه پروفایل بیم الکترونی ترسیم شده است. دیده می شود که دامنه پتانسیل در حالت استفاده از بیم با پروفایل سوپر-گوسی بطور قابل توجهی افزایش یافته است.



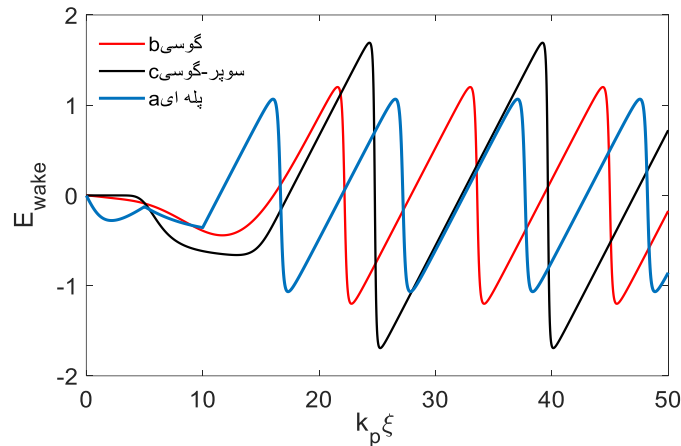
شکل ۳: تغییرات پتانسیل میدان عقبه بر حسب $k_p \xi$ برای هر سه پروفایل بیم الکترونی

در شکل (۴) تغییرات چگالی الکترونی پلاسما بر حسب $k_p \xi$ رسم شده است. آشفتگی چگالی الکترونی پلاسما در پشت بیم الکترونی نسبتی با پروفایل سوپر-گوسی افزایشی در حدود ۴۰ درصد نسبت به دیگر حالتها نشان می دهد. همچنین در شکل (۵) تغییرات میدان عقبه بر حسب $k_p \xi$ ترسیم شده است. واضح است که استفاده از بیم الکترونی با پروفایل سوپر-گوسی میدان عقبه

قویتری تولید کرده و طول موج امواج پلاسما نیز افزایش می‌یابد. با تزریق الکترونها داخل این میدانها می‌توان بسته‌های الکترونی پراورزی تولید کرد. شتاب الکترونها در بخش بعد مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۴: تغییرات چگالی الکترونها پلاسما برحسب $k_p \xi$ برای هر سه پروفایل بیم الکترونی



شکل ۵: تغییرات میدان عقبه برحسب $k_p \xi$ برای هر سه پروفایل بیم الکترونی

۳. بررسی شتاب تک الکترون

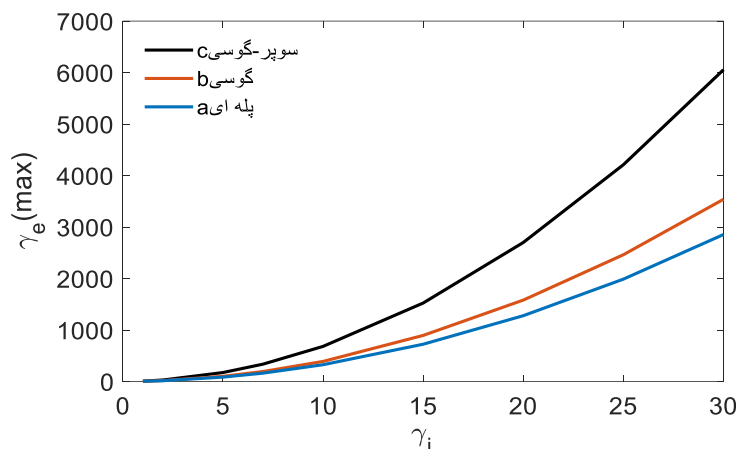
برای مطالعه مکانیسم شتاب ما فرض می‌کنیم یک تک الکترون در پشت بیم الکترونی به داخل میدان عقبه تزریق شده است. تبادل انرژی بین میدانهای عقبه محوری تولید شده در پلاسما و تک الکترون می‌تواند از دینامیک هامیلتونی استفاده کرد [۱۴]. با فرض پایستگی انرژی سیستم خواهیم داشت

$$H(\gamma_e, \Psi_{max}) = H(\gamma_i, \Psi_{min}) \quad (14)$$

که در آن γ_i انرژی اولیه الکترونها تزریق شده است که فرض می‌شود با $\gamma_{ph} = (1 - v_{ph}^2/c^2)^{-1/2}$ برابر است. سرعت امواج پلاسما و γ_e انرژی است که تک الکترون می‌تواند بدست آورد. Ψ_{min} و Ψ_{max} نشاندهنده فاز تک الکترون نسبت به امواج پلاسما است که به ترتیب مربوط به بیشترین و کمترین مقدار پتانسیل عقبه است. ما تک الکترون را در Ψ_{min} یعنی جایی که پتانسیل عقبه کمترین مقدار است تزریق می‌کنیم. از رابطه (۱۴) می‌توانیم داشته باشیم

$$\gamma_e = \gamma_{ph}(1 + \gamma_{ph}\Delta\phi) \pm \gamma_{ph}\beta_{ph}[(1 + \gamma_{ph}\Delta\phi)^2 - 1]^{1/2} \quad (15)$$

که در آن $\Delta\phi = \phi - \phi_{min}$ و علامت \pm به ترتیب مربوط به بیشترین مقدار γ_e و کمترین مقدار γ_e می باشد. فرض می کنیم که سرعت فاز امواج پلاسما (β_{ph}) با سرعت بیم الکترونی نسبیتی برابر است. در اینجا مقدار ϕ_{min} و Ψ_{min} برای حالت‌های a و b و c به ترتیب ($16/69, -0/5264$) ، ($22/18, -0/5541$) و ($0/2481, -0/6318$) می باشد.



شکل ۶: تغییرات بیشترین انرژی تک الکترون (γ_e) برحسب γ_i برای پروفایل‌های (a) پله ای، (b) گوسی، (c) سوپر-گوسی.

در شکل (۶) تغییرات بیشترین مقدار انرژی نهایی تک الکترون (γ_e) برحسب انرژی اولیه (γ_i) برای حالت‌های a و b و c رسم شده است. همانطوری که دیده می شود در همه حالتها با افزایش انرژی اولیه مقدار انرژی نهایی افزایش می یابد. با استفاده از بیم نسبیتی سوپر-گوسی می توان الکترونی با انرژی اولیه ای در حدود ۱۵ MeV را به انرژی نهایی در حدود ۳ GeV رساند، در صورتی که بیشترین مقدار انرژی قابل حصول برای الکترون در حالت‌های a و b به ترتیب ۱/۵ GeV و ۱/۸ GeV خواهد شد. واضح است که در صورت نیاز به تولید الکترونی با انرژی از مرتبه چند ده MeV می توان از بیم نسبیتی با انرژی اولیه کمتر استفاده کرد. به نظر می رسد استفاده از این شتابدهنده ها با توجه به ابعاد بسیار کوچک در مقایسه با شتابدهنده های کلاسیک برای مراکز درمانی و تحقیقاتی می تواند مفید باشد.

۴. نتیجه گیری

در این مقاله تاثیر پروفایل بیم الکترونی نسبیتی روی تولید امواج عقبه پلاسمایی مورد بررسی قرار گرفته است. سپس معادلات مربوط به تولید میدانهای عقبه پلاسمایی برای بیم الکترونی نسبیتی با پروفایل های پله ای، گوسی و سوپر-گوسی با روشهای عددی حل شد. دیده شد که بیشترین مقدار دامنه بی بعد شده میدان عقبه در حدود ۱/۷ است که مربوط به حالت استفاده از بیم سوپر-گوسی می باشد. سپس با کمک دینامیک هامیلتونی رابطه ای برای محاسبه انرژی الکترون بدست آوردیم. با تزریق تک الکترون در میدان های عقبه حاصل از بیم نسبیتی سوپر-گوسی توانستیم تک الکترونی با انرژی اولیه ای در حدود ۱۵ MeV را به انرژی نهایی در حدود ۳ GeV برسانیم درحالیکه بیشترین مقدار انرژی قابل حصول برای حالت‌های استفاده از بیم نسبیتی پله ای و گوسی به ترتیب ۱/۵ GeV و ۱/۸ GeV می باشد.

۶. مراجع

[1] S. Corde, K. Ta Phuoc, G. Lambert, Fitour, and al., *Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators*, *Reviews of modern physics*, **85**, 34-6861 (2013).

[2] Schroeder, C. & al. *Physics considerations for laser-plasma linear colliders*, *Phys. Rev. Special Top.* **13**, 101301 (2010).



- [3] Thwaites, D., I. and Tuohy, J., B., *Back to the future: the history and development of the clinical linear accelerator*, Physics in medicine and biology, **51**, 343-362 (2006).
- [4] Levin, W., Kooy, H., Loeffler, J., S. and Delaney, T., F., *Proton beam therapy*, British journal of cancer, **93**, 849-854 (2005).
- [5] Klein, E., *Electron-beam therapy: dosimetry, planning and techniques, Principles and practice of radiation oncology*, 5th edition, (2008).
- [6] T. Tajima and J. M. Dawson, *Laser Electron Accelerator*, Physical Review Letters, **43**, 267 (1979).
- [7] J. Rosenzweig et al., *Experimental Observation of Plasma Wake-Field Acceleration*, Phys. Rev. Lett. **61**, 98 (1988).
- [8] J. Sharifzadeh Tabrizi, S. M. Khorashadizadeh, R. Fallah, and A. R. Niknam, *Amplitude enhancement of plasma wakefield by interaction of relativistic Gaussian electron beam with inhomogeneous magnetized plasma*, AIP Advances **10**, 015330 (2020).
- [9] K. V. Lotov, A. Pukhov, and A. Caldwell, *Effect of plasma inhomogeneity on plasma wakefield acceleration driven by long bunches*, Phys. Plasmas **20**, 013102 (2013).
- [10] K.V. Lotov and V. S. Tikhonovich, *Numerical optimization of a plasma wakefield acceleration experiment*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **10**, 051301 (2007).
- [11] Z. Lecz, A. Andreev, I. Konoplev, A. Seryi, and J. Smith, *Trains of electronmicro-bunches in plasma wake-field acceleration*, Plasma Phys. Controlled Fusion **60**, 075012 (2018).
- [12] R. K. Bera, S. Sengupta, and A. Das, *Fluid simulation of relativistic electron beam driven wakefield in a cold plasma*, Phys. Plasmas **22**, 073109 (2015).
- [13] M. Karmakar, N. Chakrabart and S. Sengupta, *Plasma wakefield excitation in a cold magnetized plasma for particle acceleration*, Phys. Plasmas **24**, 052111 (2017).
- [14] P. Jha, A. Saroch, R.K. Mishra, A.K. Upadhyay, *Laser wakefield acceleration in magnetized plasma*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **15**, 081301 (2012).