استفاده از معادلات فاینمن برای محاسبه آهنگ تولید نوترون در پدیده اندرکنش ضعیف هسته‌ای

سید مهدی موسوی*[۱] ،حسین ذکی دیزجی[۲] ، امین سیدی[۱]

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه تحصیلات تکمیلی پیام نور تهران، تهران، ایران
۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه جامع امام حسین، تهران،ایران

چکیده

نوترون آغازگر و کنشگر مهمی در اندرکنش‌های فیزیک هسته‌ای به شمار می‌رود.روش‌ها و فرآیندهای مختلفی برای تولید نوترون وجود دارد. یکی از فرآیندهای مهم تولید نوترون برپایه اندرکنش‌های ضعیف هسته‌ای است. در این تحقیق، روش جدیدی برای محاسبه آهنگ تولید نوترون در پدیده اندرکنش ضعیف هسته‌ایارائه شده است. این روش برپایه معادلات فاینمن بوده و در قیاس با سایر روش‌ها، قابل درک‌تر و ساده‌تر است. روش معادلات فاینمن مبتنی بر استفاده از دیاگرام ساده فاینمن به جای معادلات پیچیده مکانیک کوانتومی است. در واقع یک دیاگرام فاینمن فشرده شده این معادلات پیچیده است که برای آهنگ تولید نوترون استفاده گردیده است. در این روش، ابتدا دامنه پراکندگی اندرکنش مورد نظر را تعیین شده و بعد با استفاده از نتایج حاصل برای دامنه پراکندگی، آهنگ اندرکنش منظور و آهنگ تولید نوترون بدست می‌آید.نتایج بدست آمده از روش ارائه شده با داده‌های سایر روش‌ها یکسان بوده و هم‌خوانی مطلوبی دارد.

کلمات کلیدی:دیاگرام فاینمن، دامنه پراکندگی اندرکنش، آهنگ اندرکنش، اندرکنش ضعیف هسته‌ای

Abstract:

Neutrons have an important role initiator and actioner in the interactions of nuclear physics. There are different methods and processes for neutron production. One of the most important neutron production processes is based on weak nuclear interactions.In this research, a new method for calculating the rate of neutron production in the phenomenon of weak nuclear interaction is presented.This method is based on Feynman equations and is more understandable and simple compared to other methods.The Feynman equations method is based on using the simple Feynman diagram instead of the complex equations of quantum mechanics. In fact, a compressed Feynman diagram for these complex equations which is used to calculate the neutron production rate.In this method, first the scattering amplitude of the desired interaction is determined and then using the results obtained for the scattering amplitude, the neutron production rate is obtained. The results obtained from the presented method are the same as the result of other methods and are in good agreement.

Keyword: Feynman diagram,Scattering amplitude of the interaction, Interaction rate, Weak nuclear interactions

Email: mehdy1120@yahoo.com

۱. مقدمه

اندرکنش‌های هسته‌ای ضعیف همانند اندرکنش‌های هسته‌ای قوی مورد توجه بوده و در حوزه‌های مختلف کاربرد دارد. روش‌های محاسبه در پدیدهای مبتنی بر اندرکنش‌های ضعیف و قوی قابل تعمیم به یکدیگر هستند. روش فایمن یکی از این رهیافت‌ها و روش‌های محاسبه است. روشفاینمن برای بررسی اندرکنش‌های ذرات بنیادی ابداع کرد، بر پایه رسم دیاگرام اندرکنش و بدست آوردن دامنه پراکندگی اندرکنش بود. این روش هنوز هم یک روش قدرتمند برای بررسی و تشریح پدیده‌ها و اندرکنش‌ها در فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی است. در این مقاله سعی شده است از این روش برای بررسی و محاسبات یک پدیده نوظهور که به اصطلاح پدیده اندرکنش هسته‌ای ضعیف نامیده می‌شود استفاده شود.در پدیده اندرکنش هسته‌ای ضعیف اتفاق زیر می‌افتد:

$$W_{electric} + p + e \rightarrow n + \nu \qquad (1)$$

یک پروتون با یک الکترون اتمی اندرکنش کرده و نوترون تولید می‌شود.یکی از مسائل مهم و چالشی که توجه فیزیکدانان را به خود مشغول کرده، محاسبه آهنگ تولید نوترون در این پدیده بود. ویدوم و لارسن در سال ۲۰۰۶ میلادی، رابطه زیر را برای آهنگ تولید نوترون ارائه کردند [۱]:

$$\varpi_2 = \Gamma = \left(\frac{{g_V}^2 + 3{g_A}^2}{2\pi^2}\right) n_2 \left(\frac{G_F {m_e}^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{m_e c^2}{\hbar} (\beta - \beta_0)^2 \qquad (2)$$

که در آن β و β0 برابر ند با: $\beta = 1/\sqrt{1 - \frac{{v_e}^2}{c^2}}$ $\beta_0 = \frac{m_n - m_p}{m_e} \approx 2.59$

در اینجا،vسرعت الکترون قبل از برخورد،n_2 چگالی الکترونی سطح فلز است. سیوچی و مایانی در سال ۲۰۱۰، این آهنگ تولید نوترون را بر اساس لاگرانژی فرمی برابر با مقدار زیر بدست آوردند [۲]:

$$\Gamma = \frac{\alpha^3}{2\pi^2} (G_F m_e)^2 m_e (1 + 3\frac{{g_A}^2}{{g_V}^2}) \beta^3 (\beta - \beta_0)^2 \qquad (3)$$

که در اینجا α ثابت ساختار ریز است. در سال ۲۰۱۲،ویدوم و لارسن و سیرواستاوا برای آهنگ تولید نوترون، رابطه زیر را ارائه کردند [۳]:

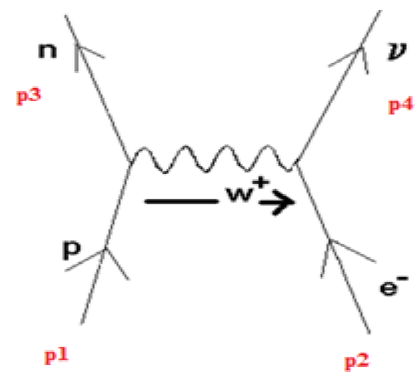
$$\Gamma = (\frac{G_F {m_e}^2 c}{\hbar^3})^2 (\frac{m_e c^2}{\hbar}) (\frac{\beta - \beta_0}{\beta_0})^2 \qquad (4)$$

روش‌های انجام گرفته برای محاسبه آهنگ تولید نوترون در اندرکنش‌های ضعیف برپایه اصول و مفاهیم پیچیده و بغرنج بنا شده است، که روش‌های مبتنی بر الکترودینامیک کوانتومی ولاگرانژی فرمی بوده و فرآیند بسیار پیچیده و طولانی و همراه با محدودیت‌های حاکم است. در این تحقیق، رهیافت متفاوت و جدیدی برای آهنگ تولید نوترون در اندرکنش هسته‌ای ضعیف بکار برده شده است.در این رهیافت آهنگ تولید نوترون در پدیده اندرکنش هسته‌ای ضعیف با استفاده از معادلات فاینمن بدست می‌آید.

۲. روش تحقیق

روش فاینمن نه تنها برای آهنگ اندرکنش‌ها، بلکه برای یافتن سطح مقطع اندرکنش‌ها هم کاربرد دارد. این روش حتی برای تخمین جرم بوزون‌های واسطه W و Z موفق عمل کرده است. نظریات جدید دیگری با استفاده از روش فاینمن پایه گذاری شده است که از آن جمله نظریه عبدالسلام و واینبرگ و نظریه ذره هیگز می‌باشد[۶-۴].

در دیاگرام فاینمن این اندرکنش،دو راس وجود دارد که محل اتصال خطوط خارجی و خط داخلی هستند. خط داخلی خط فرضی انتشار ذره واسطه بوده که در اینجا ذره بوزون W است. خطوط خارجی خط فرضی انتشار ذرات ورودی و خروجی در اندرکنش هستند. به ذره واسطه اصطلاحاً انتشارگر می‌گویند. به هرراس هر اندرکنش یک مقدار قراردادی نسبت می‌دهند که در این اندرکنش این مقدار برابر با $\frac{ig_W}{2\sqrt{2}}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)$ است و برای انتشارگر که خط داخلی است مقدار $\frac{i}{M_W c}$ قرار می‌دهیم. برای تضمین اصل بقای اندازه حرکت، یک تابع دلتای دیراک به این جملات اضافه می‌شود. اندازه حرکت ذره واسطه را با q و اندازه حرکت ذرات ورودی و خروجی را با p نشان می‌دهند ودر آخر باید از این جملات به هم ضرب شده نسبت به q انتگرال بگیریم تا دامنه پراکندگی Mرا بدست بیاوریم. با بدست آوردن دامنه پراکندگی Mمی‌توانیم آهنگ تولید نوترون را بدست آوریم.دیاگرام فاینمن برای اندرکنش ضعیف را می‌توان مانند شکل (۱) رسم کنیم [۸-۶]:



شکل ۱. دیاگرام فاینمن برای اندرکنش ضعیف

۳. یافته‌ها و بحث

برطبق معادلات فاینمن دامنه پراکندگی M برای این پدیده برابر می‌شود با:

$$M=\int\left[\bar{u}(3)\left[\frac{ig_W}{2\sqrt{2}}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)\right]u(1)\right]\frac{i}{(M_W c)^2}\left[\bar{u}(4)\left[\frac{ig_W}{2\sqrt{2}}\gamma_{\mu}(1-\gamma^5)\right]u(2)\right]$$
$$\times(2\pi)^4\delta^4(p_1-p_3-q)(2\pi)^4\delta^4(p_2-p_4+q)\frac{dq^4}{(2\pi)^4} \qquad (۵)$$

بعد ازمحاسبه این انتگرال و به توان دو رساندن برای عبارت فوق به جواب زیر می‌رسیم:

$$\langle |M|^2\rangle = 2\left(\frac{g_W}{M_W c}\right)^4 (p_1.p_2)(p_3.p_4) \qquad (۶)$$

می‌توان مقدار $(p_1.p_2)(p_3.p_4)$ را به طریق زیر محاسبه کرد:

$$p_3.p_4 = m_n c\times\frac{E_{\nu}}{c} = m_n E_{\nu}$$

$$p_1 p_2 = \frac{{p_3}^2 - {p_3}^2 - {p_2}^2}{2} + p_3 p_4$$

$$(p_1.p_2)(p_3.p_4) = \left(\frac{({m_n}^2 - {m_p}^2 - {m_e}^2)c^2}{2} + m_n E_\nu\right)(m_n E_\nu) \quad (۷)$$

در نتیجه مربع دامنه پراکندگی برابر است با:

$$\langle |M|^2 \rangle = 2\left(\frac{g_W}{M_W c}\right)^4 m_n E_\nu \left(\frac{({m_n}^2 - {m_p}^2 - {m_e}^2)c^2}{2} + m_n E_\nu\right) \quad (۸)$$

دیفرانسیل آهنگ تولید نوترون در اندرکنش ضعیف برابر است با:

$$d\Gamma = \frac{2c^3 \langle |M|^2 \rangle d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4}{(4\pi)^5 \hbar m_p E_2 E_3 E_4} \delta\left(m_p c + \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right) \delta(p_2 + p_3 + p_4) \quad (۹)$$

که در اینجا E_2 و E_3و E_4 برابرند با:

$$E_2 = c\sqrt{{p_2}^2 + {m_e}^2 c^2} \quad E_3 = c\sqrt{{p_3}^2 + {m_n}^2 c^2} \quad E_4 = c|p_4|$$

بعد از محاسبه انتگرال p_3 ، بدست می آوریم:

$$d\Gamma = \frac{2c^3 \langle |M|^2 \rangle d^3 p_2 d^3 p_4}{(4\pi)^5 \hbar m_p E_2 E_3 E_4} \delta\left(m_p c + \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right) \quad (۱۰)$$

محدودیت دلتای دیراک حذف شده باعث می‌شود داشته باشیم:

$$\left(\frac{E_3}{c}\right)^2 = |p_2 + p_4|^2 = {p_2}^2 + {p_4}^2 + 2 p_2 p_4 = \frac{1}{c^2}({E_2}^2 + {E_4}^2 + 2E_2 E_4 \cos(\theta)) \quad (۱۱)$$

داریم:

$$d^3 p_4 = \left(\frac{E_4}{c}\right)^2 \frac{dE_4}{c} \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

با فرض اینکه محور z در امتداد p_2است ما داریم:

$$E_3 = c\sqrt{|p_2|^2 + |p_4|^2 + 2|p_2||p_4|\cos(\theta) + {m_n}^2 c^4} = cx \quad (۱۲)$$

$$\frac{E_4 \sin(\theta) d\theta}{E_3} = -\frac{dx}{|p_2|}$$

اگر ما از رابطه (۱۰)نسبت به θ و φانتگرال بگیریم، داریم:

$$d\Gamma = \frac{\langle |M|^2 \rangle dE_4 d^3 p_2}{(4\pi)^4 \hbar m_p E_2 |p_2|} I \quad (۱۳)$$

که در آن ، I مساوی است با:

$$I=\int_{x^-}^{x^+}\delta\left(m_pc-x+\frac{E_2}{c}-\frac{E_4}{c}\right)dx \quad (۱۴)$$

$$I=\begin{cases}1 & .x_-\langle\left(m_pc+\frac{E_2}{c}-\frac{E_4}{c}\right)\langle x_+\\ 0\end{cases}$$

که x_+ و x_- برابرند با:

$$x_\pm=\sqrt{(|p_2|\pm|p_4|)^2+m_n{}^2c^4} \quad (۱۵)$$

که با قرار دادن مقدار $x_\pm$ از رابطه (۱۵) و (۱۴)داریم:

$$(\sqrt{(|p_2|-|p_4|)^2+m_n{}^2c^4})^2\langle(m_pc+\frac{E_2}{c}-\frac{E_4}{c})^2\langle(\sqrt{(|p_2|+|p_4|)^2+m_n{}^2c^4})^2 \quad (۱۶)$$

با قرار دادن $E_4=P_4.\,c$ و $E_2=P_2.\,c$ در رابطه (۱۶)داریم:

$$|p_4|_\pm=\frac{(m_p{}^2+m_e{}^2-m_n{}^2)c^2+2m_pc\sqrt{|p_2|^2+m_e{}^2c^2}}{\mp 2|p_2|+2m_pc+2\sqrt{|p_2|^2+m_e{}^2c^2}} \quad (۱۷)$$

ما برای بدست آوردن $d\Gamma$ با توجه به رابطه (۸)،لازم داریم انتگرال زیر را محاسبه کنیم:

$$J(E_2)=\int_{E_{4-}}^{E_{4+}}m_nE_4(\frac{(m_n{}^2-m_p{}^2-m_e{}^2)c^2}{2}+m_nE_4)dE_4 \quad (۱۸)$$

که برای d^3P_2 داریم:
$$d^3p_2=4\pi|p_2|^2d|p_2|=\frac{4\pi}{c^2}|p_2|E_2dE_2$$

درنتیجه $d\Gamma$ برابر است با:

$$\frac{d\Gamma}{dE}=\frac{2}{m_p\hbar c^2(4\pi)^3}\left(\frac{g_W}{M_Wc}\right)^4J(E_2) \quad (۱۹)$$

برای تعیین انتگرال لازم است، مقدار $E_{4+}{}^2-E_{4-}{}^2$ و $E_{4+}{}^3-E_{4-}{}^3$ محاسبه شود. برای این‌کار از معادله p_4 استفاده می‌گردد. با جایگزاری‌هانمادهای زیر، تغییراتی در فرمول p_4 ایجاد می‌کنیم:

$$\phi=\frac{|p_2|}{m_pc} \quad m_n=(1+\varepsilon)m_p \quad m_e=\delta m_p \quad \eta=\frac{E_2}{m_pc^2}=\sqrt{\phi^2+\delta^2}$$

و برای p_4 داریم:

$$|p_4|_\pm=\frac{\frac{1}{2}(m_p{}^2+\delta^2m_p{}^2-(1+\varepsilon)^2m_p{}^2)c^2+m_pc\sqrt{\phi^2m_p{}^2c^2+\delta^2m_p{}^2c^2}}{\mp\phi m_pc+m_pc+\sqrt{\phi^2m_p{}^2c^2+\delta^2m_p{}^2c^2}} \quad (۲۰)$$

بعد از ساده‌سازیو محاسبات جبری به رابطه زیر می‌رسیم:

$$|p_4|_\pm\approx m_pc(\eta-\varepsilon)\left[1-\eta\pm\phi+\frac{\delta^2-\varepsilon^2}{2(\eta-\varepsilon)}\right] \quad (۲۱)$$

با توجه به رابطه (۲۱) می‌توانروابط زیر را بدست آورد:

$$\left|p_4\right|_+^{\,2} - \left|p_4\right|_-^{\,2} = 4{m_p}^2 c^2 (\eta - \varepsilon)^2 \phi \qquad (۲۲)$$

$$\left|p_4\right|_+^{\,3} - \left|p_4\right|_-^{\,3} = 6{m_p}^3 c^3 (\eta - \varepsilon)^3 \phi \qquad (۲۳)$$

با جاگذاری روابط بدست آمده در جواب انتگرال که مقدار $J(E_2)$را نتیجه می‌دهد و با توجه به معادله $E_4=P_4.\ c$ بدست می‌آوریم:

$$J(E_2) = m_n\left[\left(\frac{(1+\varepsilon)^2 {m_p}^2 - {m_p}^2 - \delta^2 {m_p}^2}{4}\right)c^6\left(4{m_p}^2(\eta-\varepsilon)^2\phi\right)\right] + m_n\left[(1+\varepsilon)m_p \frac{6}{3}{m_p}^3 c^6 (\eta-\varepsilon)^3\phi\right]$$

$$= J(E_2) = 2m_n {m_p}^4 c^6 \phi(\eta-\varepsilon)^2\left(1 - 1 + \varepsilon - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2 - \delta^2}{2} + \eta\right) \qquad (۲۴)$$

و درنتیجه داریم:

$$J(E_2) \approx 2m_n {m_p}^4 c^6 \phi(\eta-\varepsilon)^2 \eta \quad (۲۵)$$

با قرار دادن مقادیر قرارداد شده وبا در نظر گرفتن $E_2=E$ داریم:

$$J(E) \approx \frac{2}{c^2} m_n E\sqrt{E^2 - {m_e}^2 c^4}\left[(m_n - m_p)c^2 - E\right]^2 \quad (۲۶)$$

اگر این مقدار را در رابطه(۱۹)، قرار دهیم،داریم:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{4}{\hbar(4\pi)^3}\left(\frac{g_W}{M_W c^2}\right)^4 E\sqrt{E^2 - {m_e}^2 c^4}\left[(m_n - m_p)c^2 - E\right]^2 \quad (۲۷)$$

با انتگرال گیری نسبت به E بدست می آوریم:

$$\Gamma = K\left[\frac{{E_0}^2}{3}(E_2 - m_e c^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{5}({E_2}^2 - {m_e}^2 c^4)^{\frac{5}{2}} + \frac{{m_e}^2 c^4}{3}({E_2}^2 - {m_e}^2 c^4)^{\frac{3}{2}}\right.$$
$$\left. - \frac{{m_e}^2 c^4 E_2 E_0}{4}\sqrt{{E_2}^2 - {m_e}^2 c^4} + \frac{{m_e}^4 c^8 E_0}{4}\ln\left(\frac{E_2 + \sqrt{E_2 - {m_e}^2 c^4}}{m_e c^2}\right) - \frac{E_2 E_0}{2}({E_2}^2 - {m_e}^2 c^4)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (۲۸)$$

که در این رابطه، مقادیر قراردادی برابرند با:

$$E_0 = (m_n - m_p)c^2 \qquad E_2 = m_e c^2 + (m_p - m_n)c^2 + W \qquad K = \frac{4}{\hbar(4\pi)^3}\left(\frac{g_W}{M_W c^2}\right)^4 \quad E_1 = m_e c^2$$

که W مجموع انرژی جنبشی الکترون و پروتون قبل از برخورد است. با فاکتورگیری از رابطه (۲۸) داریم:

$$\Gamma = K(m_e c^2)^5 \sqrt{\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1}\left[\frac{{E_0}^2}{3{E_1}^2}\left(\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1\right) + \frac{1}{5}\left(\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1\right)^2 - \frac{E_2 E_0}{2{E_1}^2}\left(\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1\right) - \frac{{m_e}^2 c^4 E_2 E_0}{4{E_1}^4} + \frac{{m_e}^2 c^4}{3{E_1}^2}\left(\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1\right)\right] \qquad (۲۹)$$
$$- K(m_e c^2)^5 \frac{{m_e}^4 c^8 E_0}{2{E_1}^5}\ln\left(\frac{E_2}{E_1} + \sqrt{\frac{{E_2}^2}{{E_1}^2} - 1}\right)$$

که با جایگذاری مقدار $a = \frac{E_2}{E_1}$ بدست می آوریم:

$$\Gamma = K(m_ec^2)^5\sqrt{a^2-1}\left[\frac{E_0^{\,2}}{3E_1^{\,2}}(a^2-1)+\frac{1}{5}(a^2-1)^2-\frac{E_2E_0}{2E_1^{\,2}}(a^2-1)-\frac{m_e^{\,2}c^4E_2E_0}{4E_1^{\,4}}+\frac{m_e^{\,2}c^4}{3E_1^{\,2}}(a^2-1)\right] \quad (۳۰)$$

$$-K(m_ec^2)^5\frac{m_e^{\,4}c^8E_0}{2E_1^{\,5}}\ln(a+\sqrt{a^2-1})$$

اگر $E_2\rangle\rangle E_1$ و $a\rangle\rangle 1$ باشد با تقریب خوبی داریم:

$$\Gamma \approx \frac{1}{5}K(m_ec^2)^4\sqrt{a^2-1}(a^2-1)^2 \qquad \Rightarrow \Gamma \approx \frac{4}{5\hbar(4\pi)^3}\left(\frac{g_W}{M_Wc^2}\right)^4(m_ec^2)^5a^5 \quad (۳۱)$$

با جایگذاری مقادیر زیر در رابطه (۳۱)، رابطه (۳۲) را بدست می‌آوریم:

$$E_2 = m_ec^2+(m_p-m_n)c^2+W \qquad E_1 = m_ec^2 \qquad a=\frac{E_2}{E_1} \qquad \Delta = m_n-m_p$$

$$\Gamma \approx \frac{0.0129}{\hbar}\frac{G_F^{\,2}}{(\hbar c)^6}(m_ec^2)^5\left(1+\frac{W}{m_ec^2}-\beta_0\right)^5 \quad (۳۲)$$

عدد ۰/۰۱۲۹تقریبا برابر با $\frac{4}{\beta_0^{\,6}}$است و با جایگزینی آن داریم:

$$\Gamma \approx \frac{4}{\beta_0\hbar}\frac{G_F^{\,2}}{(\hbar c)^6}(m_ec^2)^5\left(\frac{1+\frac{W}{m_ec^2}-\beta_0}{\beta_0}\right)^5 \quad (۳۳)$$

برحسب شرایط ایجاد شده در اندرکنش ضعیف، رابطه(۳۳)، تقریبا با رابطه (۴) برابر است و هر دورابطه به جواب یکسان می‌رسند.سرعتی که الکترون و پروتون برای ایجاد پدیده اندرکنش ضعیف دارند در حدی است که W مجموع انرژی جنبشی دو ذره مقداری می‌شود که رابطه مقابل برقرار می‌شود:

$$\left(\frac{1+\frac{W}{m_ec^2}-\beta_0}{\beta_0}\right)^5 \approx \left(\frac{\beta-\beta_0}{\beta_0}\right)^2 \quad (۳۴)$$

که در رابطه (۳۴)، β برابر با $\beta = 1/\sqrt{1-\frac{v_e^{\,2}}{c^2}}$ است (ve سرعت الکترون است):

برای مثال ۵.۲ = β و ۲۰ = β را در نظر بگیرید. برای هر کدام از این دو β، انرژی جنبشی الکترون را محاسبه می‌کنیم.

$$\beta_2 = 20 \Rightarrow W_2 = 1.213\times10^{-12}J \qquad \beta_1 = 5.2 \Rightarrow W_1 = 3.401\times10^{-13}J$$

حالا اگر این مقادیر رادر رابطه (۳۳) قرار بدهیم داریم:

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{k(1+\frac{W_2}{m_ec^2}-\beta_0)^5}{k(1+\frac{W_1}{m_ec^2}-\beta_0)^5} = 3653.64 \quad (۳۵)$$

حالا تساوی رابطه (۳۴) را برای دو انرژی جنبشی الکترون، بررسی کنیم، متوجه می‌شویم که با توجه به تقریب بکاررفته در روش محاسبات، نتیجه حاصل شده تطابقت دارد.

$$\frac{4}{\beta_0}\left(\frac{1+\frac{W_1}{m_e c^2}-\beta_0}{\beta_0}\right)^5 = 1.465 \approx \left(\frac{\beta_1-\beta_0}{\beta_0}\right)^2 = 1.01 \qquad (۳۶)$$

$$\frac{4}{\beta_0}\left(\frac{1+\frac{W_2}{m_e c^2}-\beta_0}{\beta_0}\right)^5 = 5362 \approx \left(\frac{\beta_2-\beta_0}{\beta_0}\right)^2 = 45.185 \qquad (۳۷)$$

با توجه به رابطه‌های (۳۶) و (۳۷) متوجه می‌شویم که در β های پایین رابطه‌ای که ما بدست آوردیم جواب بهتری می‌دهد ولی در β های بالا که الکترون بسیار به ندرت به این سرعت می‌رسد،مقداری اختلاف وجود دارد که قابل قبول است.

۴. نتیجه‌گیری

هر چقدر یک روش بر پایه اصول بنیادین و ساده بنا شده باشد میزان اطمینان ما به درستی جواب‌هایش بیشتر است که در روش فاینمن آهنگ اندرکنش برپایه اصول بنیادین مکانیک کوانتوم و اصل بقای اندازه حرکت بدست می‌آید. زیبایی و سادگی از خصوصیات روش فاینمن می‌باشد. در واقع روش فاینمن یک روش کلی است که برای هر اندرکنش دلخواهی می‌توان بکار برد. معادلات فاینمن یک روش قدرتمند و در عین حال ساده و قابل درک برای محاسبات مربوط به اندرکنش‌ها در اختیار ما قرار می‌دهد. با استفاده از روش و معادلات فایمن، آهنگ تولید نوترون در اندرکنش‌های ضعیف هسته‌ای بدست می‌آید. نتایج بدست آمده از روش فایمن با داده‌های سایر روش‌ها یکسان بوده و هم‌خوانی مطلوبی دارد.

مراجع

1.A. Widomand L. Larsen, 2006, Theoretical standard model rates of proton to neutron conversions near metallic hydride surfaces, arXiv preprint nucl-th/0608059
2.S.Ciuchi, andL Maiani, 2012, Low energy neutron production by inverse β decay in metallic hydride surfaces, The European Physical Journal C, 72, 10, 2193
3.A.Widom, L. Larsen, and Y. N. Srivastava, 2010, A primer for electroweak induced low-energy nuclear reactions, Pramana, 75, 4, 617-637
4.D. Griffiths,2008, Introduction to elementary particles, John Wiley & Sons, 3527618473
5.L. D. Landau and E. M. Lifshitz,1975, The Classical Theory of Fields, Secs.17 and 47 Prob.2, Pergamon Press, Oxford
6.M. TadahikoandA. Tadashi, 2001, Neutron evolution from a palladium electrode by alternate absorption treatment of deuterium and hydrogen, Japanese Journal of Applied Physics, 40, 9A, 989
7.A. Widom, and Y. N.Srivastava, 2013, Weak interaction neutron production rates in fully ionized plasmas, arXiv preprint arXiv:1305.4899
8. L. Maiani, andA. D. Polosa, 2014, Neutron production rates by inverse-beta decay in fully ionized plasmas, The European Physical Journal C, 74, 4, 2843