

## ارزیابی تاثیر مدل ماتریس سیستم در نتایج بازسازی تصویر در مقطع‌نگاری کامپیوتری با پرتو گاما

حسن لطفی مقدم<sup>۱</sup>، مجید خرسندی<sup>۱\*</sup>، حمید جعفری<sup>۱</sup>

۱. گروه کاربرد پرتو، دانشکده مهندسی هسته‌ای، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

### چکیده

در الگوریتم‌های تکرار شونده، استفاده از ماتریس سیستم ضروریست و ممکن است روش مورد استفاده برای مدل‌سازی، نتایج را تحت تاثیر قرار دهد. در این مقاله، برای پیاده‌سازی ماتریس سیستم مورد نظر از دو روش LIM و DDM که به ترتیب مبتنی بر محاسبه طول خط و مساحت هستند، استفاده شده است. کد MCNPX نیز برای شبیه‌سازی و داده‌های تصویربرداری استفاده شد. محاسبه ماتریس‌های سیستم همراه با بازسازی تصویر از طریق برنامه نویسی در نرم‌افزار MATLAB انجام شد. علاوه بر این، از الگوریتم تکرار شونده ART برای بازسازی تصاویر و مقایسه نتایج استفاده شد. ارزیابی کمی نتایج نشان داد که کنتراست تصویر حاصل از بکارگیری ماتریس سیستم DDM ۱۶٪ بالاتر و خطای RMS آن نیز حدود ۶۰٪ پایین‌تر از حالتی است که مدل‌سازی به روش LIM باشد. نتایج کلی نشان داد که برای تصویربرداری از اجسام بزرگ و با وجود فواصل نسبتاً قابل توجه در پیکربندی سیستم مقطع‌نگاری، ماتریس سیستم DDM منجر به نتایج بهتری نسبت به روش رایج LIM می‌گردد. علاوه بر این، با استفاده از ماتریس سیستم موثری مانند DDM در کنار یک الگوریتم ساده بازسازی تصویر (از نظر پیاده‌سازی) می‌توان به نتایجی رسید که ممکن است فقط با استفاده از الگوریتم‌های تکرار شونده پیچیده‌تر قابل دستیابی باشد.

**کلیدواژه‌ها:** مقطع‌نگاری گاما، ماتریس سیستم، بازسازی تصویر، الگوریتم‌های تکرار شونده

## Evaluation of the Effect of System Matrix Model on Image Reconstruction Results in Gamma-ray Computed Tomography

H. Lotfi moghaddam<sup>1</sup>, M. Khorsandi<sup>1\*</sup>, H. Jafari<sup>1</sup>

1. Radiation Application Department, Faculty of Nuclear Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

### Abstract:

In iterative reconstruction algorithms, the use of system matrix is essential and the method utilized for modeling can affect the results. In this paper, LIM and DDM methods which are respectively based on line-length and area calculation have been used to implement the system matrix of interest. MCNPX Monte Carlo code was also used for simulation and tomographic imaging data. System matrix calculation along with image reconstruction was carried out by programming in MATLAB. Furthermore, the ART iterative algorithm was used to reconstruct the images and evaluate the results. Quantitative evaluation of the results showed that the image contrast obtained through applying the DDM method is about 6% higher and RMS error is about 60% lower than that obtained by the LIM method in system matrix modeling. Overall results revealed that in large-scale objects imaging with relatively significant distances within CT system configuration, the DDM model was led to the results better than that obtained by the commonly used method of LIM. Moreover, by using an effective system matrix such as DDM along with a simpler image reconstruction algorithm (in terms of implementation), the results can be obtained that may only be achieved by more complicated iterative algorithms.

**Keywords:** Gamma Tomography, System matrix, Image reconstruction, Iterative algorithms.

## ۱. مقدمه

مقطع نگاری کامپیوتری با پرتوهای گاما، به صورت گسترده در بسیاری از کاربردها استفاده شده است [۱-۳]. بازسازی تصویر بخش مهمی از کل فرآیند مقطع‌نگاری با پرتوهای ایکس یا گاما است. روشهای بازسازی تصویر به دو دسته اصلی تحلیلی و تکرارشونده تقسیم‌بندی می‌شوند [۴]. برخلاف روشهای تحلیلی، در الگوریتم‌های تکرارشونده، فرآیند پروجکشن رو به جلو و پروجکشن رو به عقب تکرار می‌شود و در این حالت نیاز به ماتریس سیستم ضروری است. روشهای مختلفی برای مدل کردن ماتریس سیستم معرفی شده است که از آن جمله می‌توان به مدل مبتنی بر طول-خط یا انتگرال خطی (LIM)<sup>۱</sup>، مدل مبتنی بر فاصله (DDM)<sup>۲</sup>، مدل مبتنی بر پیکسل (PDM)<sup>۳</sup> و ... اشاره کرد [۵،۶]. برخلاف مدل LIM که در آن پرتو بصورت یک خط باریک فرضی از چشمه به المان آشکارساز می‌رسد و هر درایه  $W_{ij}$  در این ماتریس بصورت طول خط  $i$  امین پرتو در  $j$  امین پیکسل تعریف می‌گردد، در مدل‌های دیگر همچون DDM پرتو بصورت یک باریکه بادبزی و دارای پهنا در نظر گرفته می‌شود. یو و وانگ نشان داده‌اند که مدل‌های اخیر نسبت به مدل LIM، به یک سیستم مقطع‌نگاری واقعی نزدیک‌ترند [۷]. برای مدل Siddon، LIM روش سریعی را برای محاسبه ماتریس سیستم معرفی کرده است [۸]. در این مقاله، تاثیر استفاده از ماتریس سیستم بدست آمده با دو روش LIM و DDM در بازسازی تصاویر مقطع‌نگاری گاما با کاربرد صنعتی، بویژه برای اجسام بزرگ مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور تصاویر مقطع‌نگاری یک فانتوم استاندارد با ابعاد نسبتاً بزرگ و با استفاده از یک الگوریتم تکرارشونده مورد ارزیابی قرار گرفت.

## ۲. روش کار

در این پژوهش ماتریس سیستم با استفاده از دو روش LIM و DDM پیاده‌سازی شد و بازسازی تصویر نیز با الگوریتم ART<sup>۴</sup> انجام گرفت. پیاده‌سازی ماتریس سیستم و بازسازی تصویر نیز در محیط نرم‌افزار انجام شد [۹]. داده‌های مورد نیاز از ثبت پرتو در آشکارساز نیز با استفاده از شبیه‌سازی هندسه مقطع‌نگاری در کد MCNPX بدست آمد.

### ۲.۱. پیاده‌سازی ماتریس سیستم

برای محاسبه ماتریس سیستم به روش LIM، در فضای دو بعدی، هر پیکسل به صورت مساحت‌های حاصل از یک مجموعه متعامد از خطوط موازی و با فواصل یکسان در نظر گرفته می‌شوند. در این روش باریکه پرتو عبوری هر پیکسل بصورت یک خط باریک و صاف فرض می‌شود و ضریب وزنی هر پیکسل در هر نما، طول خط عبوری از همان پیکسل است. در شکل ۱ طرح ساده‌ای از اصول این روش برای محاسبه طول مسیر-پرتو در پیکسل نشان داده شده است. به طور مشابه در فضای سه بعدی، هر وکسل تصویر بصورت حجم حاصل از تقاطع یک مجموعه متعامد از صفحات موازی با فواصل یکسان تعریف می‌شوند.

در پیاده‌سازی ماتریس سیستم به روش DDM که اولین بار توسط دیمن و باسو معرفی شد [۱۰]، از فرض پهن بودن پرتو استفاده می‌شود. این روش نیازمند محاسبه همپوشانی بین هر پیکسل و هر المان آشکارساز است و ضرایب وزنی که از این طریق به دست می‌آیند، هم برای پروجکشن رو به جلو و هم برای پروجکشن رو به عقب قابل استفاده است. شکل ۲ شماتیکی از مبانی این روش را در چگونگی تصویر کردن نقاط مورد نظر و محاسبه همپوشانی برای یک پیکسل مشخص، نشان می‌دهد. در این شکل مرزهای المان آشکارساز و همچنین مرز پیکسل مربوطه در نقاطی که با خط فرضی

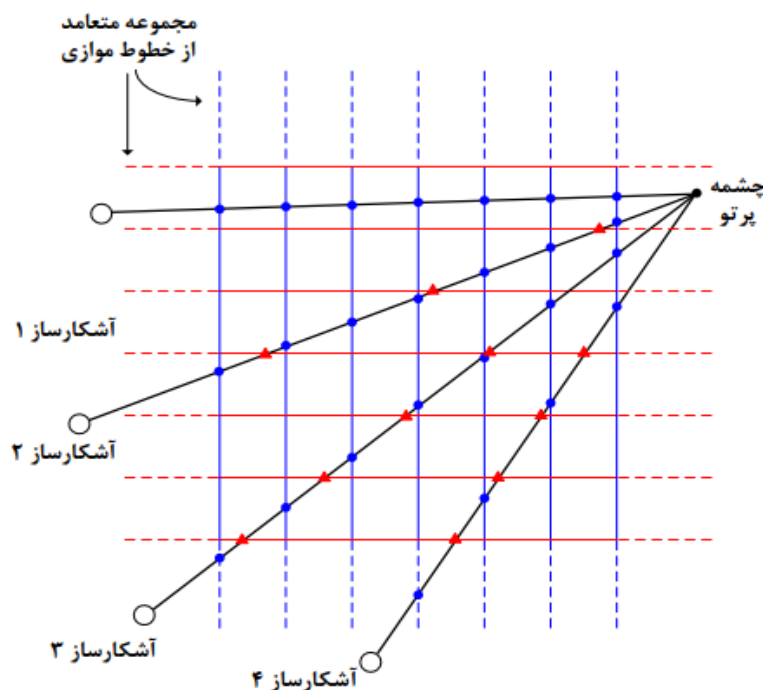
<sup>1</sup> Line Integral Model

<sup>2</sup> Distance Driven Model

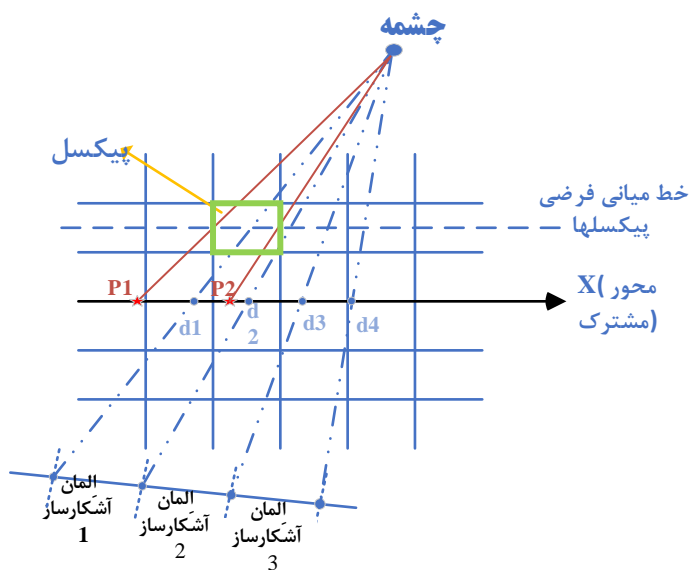
<sup>3</sup> Pixel Driven Model

<sup>4</sup> Algebraic Reconstruction Method

عبوری از میانه پیکسل‌های یک ردیف تقاطع دارد، بر روی محور مشترک (X) تصویر شده‌اند. بدین ترتیب نقاط  $p_1$  و  $p_2$  نقاط تصویر شده از پیکسل مورد نظر و  $d_1$  و  $d_2$  بطور نمونه، نقاط تصویر شده از یک المان آشکارساز است. برای این مثال، همپوشانی بین پیکسل مورد نظر و المان آشکارساز ۱ بصورت فصل مشترک  $p_1$  تا  $p_2$  و  $d_1$  تا  $d_2$  تعریف می‌شود که برابر با اندازه  $d_1-p_2$  خواهد بود. جزئیات مربوط به دو روش فوق در مراجع [۸] و [۱۱] ذکر شده است.



شکل ۱ - طرح ساده‌ای از روش محاسبه طول مسیر-پرتو در هر پیکسل



شکل ۲- اصول محاسبه همپوشانی در روش ماتریس سیستم DDM

## ۲.۲. الگوریتم بازسازی تصویر

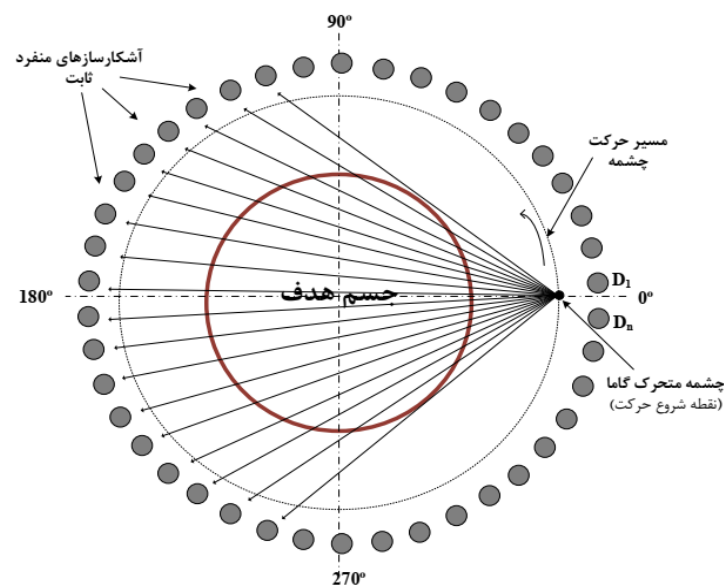
همانطور که قبلاً اشاره شد، در این مقاله از الگوریتم تکرارشونده جبری ART برای بازسازی تصویر استفاده شده است. این الگوریتم با پروجکشن رو به جلو و پروجکشن رو به عقب، به مقایسه داده‌های اندازه‌گیری شده در آشکارساز و داده‌های تخمین زده شده قبلی و بروزرسانی مقادیر پیکسل‌های تصویر می‌پردازد و با تکرار این فرآیند سعی در کاهش اختلاف مقادیر تخمینی با مقادیر واقعی دارد [۱۲]. معادله (۲) شکل کلی فرمول الگوریتم ART را نشان می‌دهد: [۱۳].

$$f_j^{(n+1)} = f_j^n + \delta \frac{p_i - q_i}{N_i} \quad (1)$$

که در آن  $f_j^{(n)}$  و  $f_j^{(n+1)}$  به ترتیب مقدار قبلی و مقدار تخمینی جدید پیکسل  $j$ ام در  $n$  امین تکرار،  $p_i$  داده‌ها اندازه‌گیری شده از آشکارساز،  $q_i$  جمع-پرتو محاسبه شده از مقادیر تخمینی پیکسلها در  $i$  امین مسیر-پرتو و  $\delta$  ضریب همگرایی معادله است. [۱۳].

## ۳.۲. شبیه‌سازی مونت کارلو

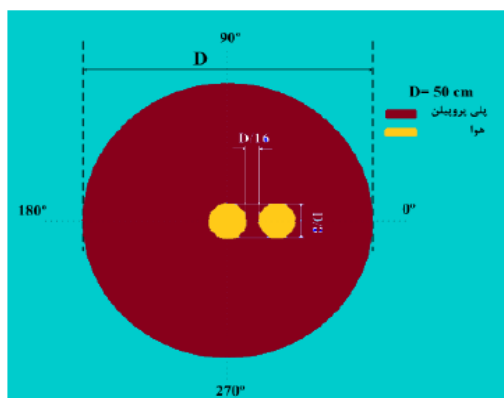
داده‌های مورد نیاز مقطع‌نگاری با استفاده از شبیه‌سازی با کد مونت کارلوی MCNPX 2.6 انجام شد [۱۴]. در شکل ۳، طرح کلی پیکربندی موردنظر در شبیه‌سازی مشاهده می‌شود. این سیستم مقطع‌نگاری از نوع نسل چهارم است که شامل یک چشمه گامای متحرک و چندین آشکارساز ثابت گاما در اطراف جسم هدف است. در شبیه‌سازی برای ثبت پرتوها در آشکارسازها از تالی ارتفاع پالس F8 استفاده شد. تاریخچه ذرات در شبیه‌سازی‌های مونت کارلو با کد MCNP به گونه‌ای تنظیم شد که خطای آماری محاسبات زیر ۳٪ باشد.



شکل ۳- طرحی از پیکربندی مقطع‌نگاری گاما در شبیه‌سازی با کد MCNP

چشمه گاما تعریف شده در شبیه‌سازی از نوع  $^{137}\text{Cs}$  به شکل نقطه‌ای است. آرایه آشکارسازها نیز شامل ۶۴ آشکارساز یدور سدیم استوانه‌ای با قطر ۰/۵ اینچ (تقریباً ۱/۳ cm) و ارتفاع ۱ اینچ (۲/۵۴ cm) است که در هر نما، ۲۹ آشکارساز خروجی خواهند داشت. علاوه بر این ثابت خروجی آشکارسازها با انتخاب پنجره انرژی برای ثبت گاماها ی قله-کامل انرژی چشمه سزیم انجام شده است. فاصله چشمه از مرکز سیستم ۳۶ cm، فاصله آرایه‌های آشکارساز تا مرکز ۴۰ cm و زاویه چرخش ۵/۶۲۵ درجه است. ابعاد تصویر نیز با توجه به ابعاد جسم نیز در شبیه‌سازی بصورت ۶۱×۶۱ پیکسل در نظر گرفته شد که در این شرایط ابعاد هر پیکسل تصویر برابر با ۱ cm است.

یک فانتوم پلی‌پروپیلنی استاندارد که به عنوان مرجعی برای مقایسه نتایج بدست آمده از مقطع نگاری صنعتی با پرتوهای گاما در قالب پروژه تحقیقاتی هماهنگ (CRP)<sup>۱</sup> توسط آژانس بین‌المللی انرژی اتمی معرفی شده است نیز بعنوان جسم هدف در شبیه‌سازی تعریف شد [۱۵]. مشخصات این فانتوم در شکل ۴ ذکر شده است. از آنجایی که ممکن است سیستم‌های مقطع‌نگاری مختلفی برای محفظه‌های فرآیندی با قطرهای گوناگون طراحی شوند، لذا ابعاد حفره‌های داخل فانتوم، متناسب با قطر فانتوم در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۴: مشخصات فانتوم پلی‌پروپیلنی شبیه‌سازی شده

### ۳. نتایج

برای ارزیابی نتایج بدست آمده، از دو پارامتر استفاده شد. اولین پارامتر خطای مربع میانگین ریشه (RMSE)<sup>۲</sup> است که بصورت زیر تعریف می‌شود: [۱۶].

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum^N (\text{مقدار پیکسل تصویر بازسازی شده} - \text{مقدار پیکسل تصویر ایده آل})^2}{\text{تعداد کل پیکسل های تصویر}}} \quad (۲)$$

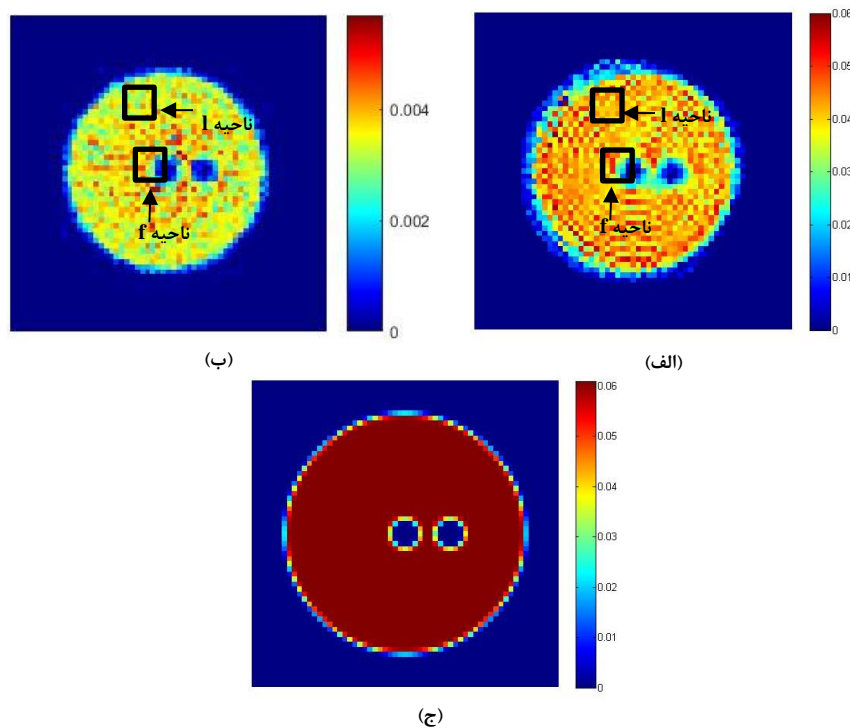
که در آن N تعداد پیکسل‌های تصویر است. همچنین کنتراست تصویر نیز بعنوان پارامتر دیگری برای ارزیابی نتایج مورد استفاده قرار گرفت که بصورت زیر تعریف می‌شود: [۱۶].

$$\text{کنتراست} = \frac{|l - F|}{l + F} \times 100 \quad (۳)$$

<sup>۱</sup> Coordinate Research Projects

<sup>۲</sup> Root Mean Square Error

که در آن  $I$  و  $F$  میانگین مقادیر پیکسل‌ها در دو ناحیه انتخابی از یک تصویر است. شکل ۵ تصویر ایده‌آل قابل انتظار از فانتوم پلی‌پروپیلنی را به همراه نتایج حاصل از بازسازی تصویر با استفاده از دو ماتریس سیستم  $LIM$  و  $DDM$  نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۵-الف مشاهده می‌شود مقادیر پیکسل‌های تصویر بازسازی شده با استفاده از ماتریس سیستم  $DDM$  در مقایسه با مقادیر پیکسل‌های تصویر حاصل از ماتریس طول-خط، به مقادیر ایده‌آل نزدیکتر است. علاوه بر این، نتایج ارزیابی کمی با محاسبه خطای  $RMS$  و کنتراست و در نظر گرفتن زمان محاسباتی برنامه کامپیوتری (جدول ۱ را ببینید) نیز نشان می‌دهد که ماتریس سیستم  $DDM$  نسبت به ماتریس طول خط عملکرد بهتری دارد. لازم بذکر است که زمان محاسباتی بر مبنای استفاده از سیستم سخت‌افزاری دارای  $CPU\ Core-i5$  و رم ۴ گیگابایتی است.



شکل ۵- نتایج بازسازی تصویر الگوریتم  $ART$  و استفاده از: (الف) ماتریس سیستم  $DDM$ ، (ب): ماتریس سیستم طول-خط، (ج) تصویر ایده‌آل فانتوم پلی‌پروپیلنی.

جدول ۱: نتایج ارزیابی کمی تصاویر فانتوم پلی‌پروپیلنی با استفاده از الگوریتم بازسازی تصویر  $ART$

ماتریس سیستم	کنتراست	خطای $RMS$	زمان محاسبه ماتریس سیستم (ثانیه)
$LIM$	۶۸	۰/۰۳۹	۴/۴
$DDM$	۸۴	۰/۰۱۳۸	۶۸

از نظر زمان محاسبات، محاسبه ماتریس سیستم حاصل از روش  $LIM$  از سرعت بالاتری نسبت به ماتریس سیستم  $DDM$  برخوردار است، با این وجود در مقطع نگاری صنعتی با پرتوهای گاما، در مقایسه با مقطع‌نگاری پزشکی، پارامتر زمان از اهمیت کمتری برخوردار است. کنتراست بدست آمده برای تصویر حاصل از ماتریس سیستم  $DDM$  ۱۶ درصد بالاتر و خطای  $RMS$  آن نیز در حدود ۶۰٪ پایین‌تر از حالتی است که از روش  $LIM$  استفاده شده باشد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این تحقیق تاثیر روش محاسبه ماتریس سیستم به روش LIM و DDM در بازسازی تصویر مقطع‌نگاری پرتوهای گاما بر روی یک فانتوم مشخص مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفت. نتایج ارزیابی کمی نشان می‌دهد که کنتراست بدست آمده در حالتی که از ماتریس سیستم DDM استفاده شود ۱۶٪ بالاتر و خطای RMS آن نیز در حدود ۶۰٪ پایین‌تر از حالتی است که ماتریس سیستم بر مبنای روش LIM محاسبه شده باشد. از نظر زمان محاسبات نیز اگرچه ماتریس سیستم LIM سریعتر از روش DDM است اما در مقطع‌نگاری صنعتی با پرتوهای گاما، در مقایسه با مقطع‌نگاری پزشکی، پارامتر زمان نسبت پارامترهای کیفیت تصویر، از اهمیت کمتری برخوردار است. بدین ترتیب، برای چنین شرایطی از مقطع‌نگاری، روش ماتریس سیستم DDM با الگوریتم ART انتخاب بهتری است. نتایج کلی نشان می‌دهد که با استفاده از ماتریس سیستم موثری مانند DDM می‌توان در کنار الگوریتم‌های بازسازی تصویر ساده‌تر (از نظر پیاده سازی) به نتایجی رسید که معمولاً از الگوریتم‌های تکرارشونده پیچیده‌تر بدست می‌آید. مدل کردن اثرمتقابل پیکسل و پرتوی عبوری از آن از مسائل مهم در محاسبات ماتریس سیستم است. هرچقدر مدل به حالت واقعی نزدیکتر و دارای دقت بالاتری باشد، انتظار می‌رود که نتایج بهتری حاصل شود. در حالت واقعی، پرتوی عبوری از جسم دارای پهنا و عرض است و خط باریک ایده آل نیست. بنابراین در روش DDM، این فرض کاملاً در نظر گرفته شده است و اثرمتقابل پیکسل و پرتوی عبوری در روش DDM، به حالت واقعی نزدیکتر است. نتایج کمی نیز بیانگر برتری این روش را نشان می‌دهد.

#### ۵. مراجع

- [1] J. Kim, S.Jung, J.Moon, and G.Cho, Industrial gamma-ray tomography scan method for large scale industrial plants, Nucl. Instruments Methods Phys, Vol640, no.1, pp.139-150, (2011)
- [2] G.A. Johansen, P. Jackson, Radioisotope Gauges for Industrial Process Measurements, (John Wiley & Sons Ltd, Norway, 2004).
- [3] M. Khorsandi, S.A.H. Fegghi, Development of image reconstruction for Gamma-ray CT of large-dimension industrial plants using Monte Carlo simulation, Radiation Application Department, Shahid Beheshti University, Tehran, Islamic Republic of Iran, no.1, (2015)
- [4] Shunli Zhang, a Dinghua Zhang, a Hao Gong, Fast and accurate computation of system matrix for area integral model-based algebraic reconstruction technique, Optical Engineering no.3, 53(11), 113101 (2014).
- [5] De Man B and Fessler J A, Promising Directions in Imaging, Therapy Planning, and Inverse Problems (Medical Physics Publishing) pp. 113-140, (2010)
- [6] Chen Jian-Lin, Li Lei, Fast parallel algorithm for three-dimensional distance-driven model in iterative computed tomography reconstruction, Chin. Phys. B Vol. 24, No. 2 (2015)
- [7] H. Y. Yu and G. Wang, Finite detector based projection model for high spatial resolution, J. Xray Sci. Technol. 20(2), 229-238 (2012).
- [8] R. L. Siddon, Fast calculation of the exact radiological path for a three-dimensional CT array, Med. Phys. 12(2), 252-255 (1985).
- [9] The MathWorks Inc., MATLAB 7.14 (R2015b). www.MathWorks.com
- [10] B. De Man and S. Basu, Distance-driven projection and backprojection in three dimensions, Phys. Med. Biol. 49(11), 2463-2475 (2004).
- [11] Van-Giang Nguyen. Soo-Jin Lee, Graphics processing unit-accelerated iterative tomographic reconstruction with strip-integral system model, Department of Electronic Engineering, Daejeon 302-735, no.4, (2012)
- [12] R. Gordon et al., J. Theor. Biol. 29 (3) (1970) 477-481. (1975)
- [13] G. Han, Z. Liang, and J. Yo, A Fast-Ray Tracing Technique for a three-dimensional for TCT and ECT Studies, vol.3, no. 2, pp. 1515-1518 (2013)
- [14] Pelowitz, Denise B, MCNPXTM user's manual, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos (2005).
- [15] Pelowitz, Denise B., MCNPXTM user's manual, Los Alamos National Laboratory, (2005).
- [16] "Industrial Gamma Tomography" IAEA TECHDOC-1589-2008
- [17] Gengsheng, Lawrence Zeng. Medical Image Reconstruction: A Conceptual Tutorial. Higher Education Press, no.4 (2010).