

## تاثیر میدان مغناطیسی خارجی بر دینامیک الکترون در برهمکنش لیزر-پلازما

سمیرا فقیه<sup>۱</sup>، سید ابوالفضل قاسمی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه دامغان، دانشکده فیزیک، دامغان-ایران

<sup>۲</sup> سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، تهران-ایران

\*Email: abo.ghasemi@gmail.com

### چکیده:

در این مقاله، تاثیر میدان مغناطیسی خارجی  $B_{ext} = 0-1000$  T بر دینامیک حرکت الکترون‌های تولید شده از برهمکنش لیزر با شدت  $I = 10^{21}, 10^{23}$  W.cm<sup>-2</sup> و طول موج لیزر  $\lambda = 0.35, 0.53$   $\mu$ m با پلاسما دوتریم-تریتیم به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در غیاب میدان مغناطیسی الکترون‌ها انرژی قابل توجهی از لیزر دریافت نمی‌کنند و با کاهش زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر، کسب انرژی بیشینه در طی مسافت‌های طولانی با پالس لیزر میسر می‌شود. در حالی که در حضور میدان مغناطیسی خارجی، آهنگ تبادل انرژی بین لیزر و الکترون‌ها افزایش پیدا می‌کند و میدان باعث بهینه شدن توزیع پراکندگی الکترون‌ها و افزایش انرژی دریافتی از لیزر با حرکت چرخشی رو به جلو آنها در امتداد باریکه لیزر می‌شود. این افزایش انرژی به شدت میدان مغناطیسی خارجی و سرعت فاز وابسته است.

**کلمات کلیدی:** برهمکنش لیزر-پلاسما، فرکانس سیکلوترونی، میدان مغناطیسی استاتیکی، سرعت فاز.

### The effect of external magnetic field on the electron dynamics in laser-plasma interaction

In this paper, the effect of external magnetic field  $B_{ext} = 0-1000$  T in plasma on the dynamics of electrons resulting from laser-plasma interaction were studied analytically. By considering two laser intensities  $I = 10^{21}, 10^{23}$  W.cm<sup>-2</sup> and laser wavelengths  $\lambda = 0.35, 0.53$   $\mu$ m. The results show that in the absence of magnetic field, electrons are not able to receive significant energy from the laser, and by reducing the angle between the electron momentum and the direction of the laser propagation, maximum energy achievement requires to travel a considerable distance with the laser pulse. While in the presence of an external magnetic field, the rate of energy exchange between the laser and the electrons increases. The external magnetic field optimizes the scattering of electrons, and increases the energy of electrons with a rotational motion along the laser beam. This energy enhancement is strongly dependent on the external magnetic field and the phase velocity.

**Keywords:** Laser-plasma interaction, Cyclotron frequency, Static magnetic field, Phase velocity.

## ۱. مقدمه

شتاب دهی الکترون توسط باریکه لیزر پالسی پر شدت در برهمکنش لیزر-پلازما از مباحث به روز در مطالعات تجربی و شبیه‌سازی گداخت محصورسازی لختی است. مطالعه شتاب دهی الکترون‌ها در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی از جمله عوامل موثر در انتقال بهینه انرژی به سوخت در گداخت به شمار می‌آید. در مرجع [۱]، با استفاده از یک لیزر شتاب دهنده مستقیم<sup>۱</sup> و در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت استاتیک به بررسی میزان انرژی دریافتی الکترون‌های شتاب گرفته تحت لیزر پالسی شتاب‌دهنده می‌پردازد. نتایج این مرجع نشان می‌دهد که در غیاب میدان مغناطیسی استاتیک الکترون‌ها قادر به دریافت قابل توجه انرژی از لیزر به دلیل کاهش شدید فاز نیستند. علاوه بر این نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی با چرخش الکترون‌ها و هدایت حرکت آن به سمت جلو موجب افزایش انرژی می‌شود. افزون بر این بیان می‌دارد که این افزایش انرژی ناشی از شدت میدان مغناطیسی و سرعت فاز موج می‌باشد. مطالعات تجربی مرجع [۲] نشان می‌دهد که نوسانات طولی میدان‌های الکتریکی و شبه-استاتیک مغناطیسی نقش بسزایی در گرمایش الکترون‌ها دارند و امکان انتقال سریع و قابل توجه انرژی لیزر به الکترون‌ها با توجه به سرعت قابل توجه فاز فراهم می‌کند. به عبارت دیگر نتایج گزارش شده در این مرجع برای تولید الکترون‌های پراثرژی در پلاسمای نزدیک بحرانی، یک مثال مهم از تاثیر میدان مغناطیسی خارجی است که باعث افزایش انرژی الکترون در طی مسافت نسبتاً کوتاه می‌شود. مرجع [۳] به بررسی میدان مغناطیسی پلازما در پلاسمای فوق بحرانی توسط یک لیزر پالسی شدت بالا می‌پردازد. نتایج شبیه سازی ذره در سلول<sup>۲</sup> نشان می‌دهد در برهمکنش لیزرهای پر شدت، میدان‌های مغناطیسی قوی‌ای تولید می‌شود که بر جهت-گیری انتشار تاثیر می‌گذارد.

به طور معمول، در برهمکنش لیزرهای پر شدت با پلازما، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر از میدان الکتریکی درون پلازما است و همچنین نتایج شبیه سازی‌های عددی انجام شده، برای لیزرهایی با شدت‌های بالای  $10^{22} \text{ W/cm}^2$ ، نشان می‌دهد که چنین لیزرهای پالسی پر شدت یک جریان پلاسمایی خیلی شدیدی را ایجاد می‌کند. این جریان می‌تواند یک میدان مغناطیسی قوی را ایجاد و تقویت کند [۱،۴]. در این مقاله، مجموعه این میدان‌های مغناطیسی داخل پلازما و آنچه از بیرون اعمال می‌شود تحت عنوان میدان مغناطیسی خارجی در نظر گرفته شده است. تغییرات انرژی دریافتی الکترون در یک تناوب سیکلوترونی تحت عوامل مختلفی فیزیکی از جمله شدت و طول موج لیزر با مقادیر مختلف به ترتیب  $I = 10^{21}, 10^{23} \text{ W.cm}^{-2}$ ،  $\lambda = 0.35, 0.53 \mu\text{m}$  در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی با محدوده  $B_{\text{ext}} = 0 - 1000 \text{ T}$  مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲. معادلات پایه و محاسبه مقدار انرژی الکترون در میدان مغناطیسی خارجی

ماهیت برهمکنش لیزر-پلازما قویاً<sup>۳</sup> به دامنه لیزر تابشی (پارامتر بی بُعد) مرتبط است [۵]:

$$a_0 \equiv \frac{|e|E_0}{m_e c \omega} \quad (1)$$

در معادله (۱)  $m_e$  و  $e$  جرم و بار الکترون،  $c$  سرعت نور،  $E_0$  میدان الکتریکی موج و  $\omega$  فرکانس آن می‌باشند. همچنین دامنه بهنجار شدهی موج لیزر را می‌توان براساس شدت و طول موج نیز به صورت  $a_0 \approx 0.85\lambda\sqrt{I}$  نوشت، که در آن  $\lambda$  طول موج لیزر بر حسب میکرون و  $I_0$  شدت لیزر بر حسب وات بر سانتی متر مربع است. علاوه بر این نیز بیشترین مقدار انرژی که الکترون می‌تواند در یک موج الکترومغناطیسی به دست آورد بر حسب پارامتر بی بُعد دامنه لیزر تابشی به صورت زیر می‌باشد:

1 DLA: Direct laser acceleration

2 Particle-in-Cell

$$\varepsilon_0 = \left(1 + \frac{a_0^2}{2}\right) m_e c^2 \quad (2)$$

بررسی فرایند انتقال انرژی و دریافت آن توسط الکترون در میدان مغناطیسی خارجی مستلزم معادلات توصیف کننده دینامیک الکترون نسبیته و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱]:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -|e|\mathbf{E} - \frac{|e|\hbar}{\gamma m_e c} [\mathbf{P} \times \mathbf{B}] \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{c}{\gamma} \frac{\mathbf{P}}{m_e c} = \mathbf{v} \quad (4)$$

در معادلات (۳) و (۴)،  $\gamma = \sqrt{1 + (\mathbf{P} / m_e c)^2}$ ، فاکتور نسبیته،  $\mathbf{P}$ ، مکان و ممنتوم الکترون،  $t$  زمان می‌باشند و همچنین میدان الکتریکی موج لیزر به صورت  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{wave}}$  و میدان مغناطیسی آن نیز به صورت برهم‌نهی میدان مغناطیسی لیزر و میدان مغناطیسی استاتیک خارجی  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  است، یعنی  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{wave}} + \mathbf{B}_{\text{ext}}$ . برای سادگی محاسبات تحلیلی، لیزر پالسی در نظر گرفته شده در این مطالعه به عنوان یک موج الکترومغناطیسی مسطح و قطبیده خطی با سرعت فاز  $v_{\text{ph}}$  که در امتداد محور  $x$  ها انتشار می‌یابد تقریب زده شده است [۱]:

$$\mathbf{E}_{\text{wave}} = e_y E_0 \cos(s + 2\pi\psi) \quad (5)$$

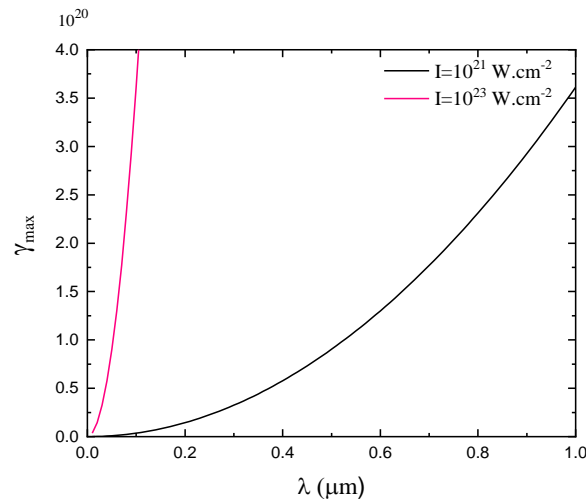
$$\mathbf{B}_{\text{wave}} = e_z \frac{c}{v_{\text{ph}}} E_0 \cos(s + 2\pi\psi) \quad (6)$$

در دو معادله (۵) و (۶)،  $E_0$  دامنه موج،  $\psi$  فاز جابجایی و  $s \equiv \omega t - \omega x / v_{\text{ph}}$  نیز فاز موج با فرکانس  $\omega$  در مکان الکترون می‌باشند. با استفاده از رابطه ممنتوم الکترون  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_x + \mathbf{P}_y = e_x P \cos \theta + e_y P \sin \theta$  (زاویه بین بردار ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر) و دو معادله (۵) و (۶)، معادلات زیر به دست می‌آیند [۱]:

$$\frac{d\theta}{d(t\omega)} = -\frac{a_0 c}{\gamma v} \cos \alpha \left[ \cos \theta - \frac{v}{v_{\text{ph}}} \right] + \frac{\omega_{ce}}{\gamma \omega} \quad (7)$$

$$\frac{d\gamma}{d(t\omega)} = \frac{-a_0 P}{\gamma m_e c} \cos \alpha \sin \theta \quad (8)$$

در دو معادله (۷) و (۸)،  $a_0$  و  $\omega_{ce} = (|e|\hbar B_{\text{ext}}) / (m_e c)$  به ترتیب دامنه بی بعد لیزر و فرکانس سیکلوترونی الکترون غیر نسبیته و  $\alpha = (s + 2\pi\psi)$  می‌باشند. با توجه به معادله (۸)، نرخ افزایش انرژی متناسب با زاویه پراکندگی به صورت  $\theta \propto \gamma^{-1/2}$  می‌باشد. این تناسب نشان می‌دهد که با افزایش مقدار انرژی لیزر، زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر کاهش می‌یابد و در نتیجه باعث می‌شود که الکترون‌ها در راستای همان لیزر به سمت جلو در حرکت باشند و علاوه بر این نیز به منظور به دست آوردن بیشترین مقدار انرژی، مسافت قابل توجه‌ای با پالس‌های لیزر طی می‌کنند، این ماکزیمم انرژی به صورت  $\gamma_{\text{max}} = 1 + a^2 / 2$  بیان می‌شود. شکل (۱) نمودار ماکزیمم انرژی که الکترون در غیاب میدان مغناطیسی به دست می‌آورد را نشان می‌دهد که برای دو مقدار شدت لیزر  $10^{21}$ ،  $10^{23}$  W.cm<sup>-2</sup> و  $I=10^{21}$  بر حسب طول موج لیزر رسم شده است.



شکل ۱. حداکثر انرژی الکترون به ازای دو شدت لیزر  $10^{21} \text{ W.cm}^{-2}$ ،  $10^{23} \text{ W.cm}^{-2}$  بر حسب طول موج لیزر.

به منظور توقف کاهش زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر ( $\theta$ ) در ازای افزایش انرژی لیزر یک میدان مغناطیسی خارجی اعمال می‌شود. بنابراین با توجه به معادله (۷) باید شرط  $d\theta/d(t\omega) = 0$  برقرار باشد. سپس یک مقیاس کلی برای زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر با تعاریف  $\beta \equiv v/c$  و  $u \equiv v_{ph}/c$  به صورت زیر حاصل می‌شود [۱]:

$$\frac{\theta^2}{2} \approx \frac{u-\beta}{u} + \frac{\beta}{a_0} \frac{\omega_{ce}}{\omega} \quad (10)$$

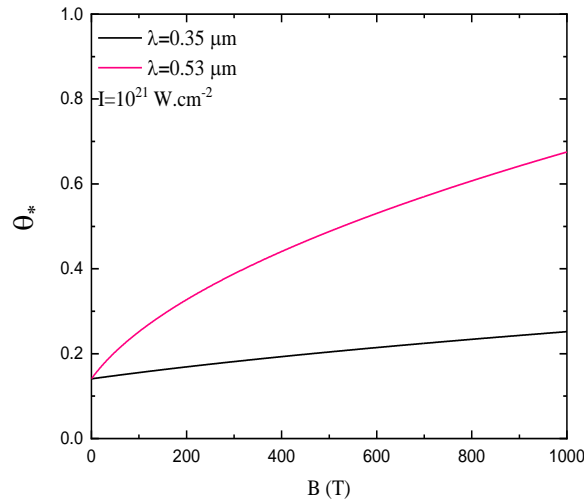
اگر  $\beta \approx 1$  در نظر گرفته شود معادله (۱۰) به صورت زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\theta_*^2 \approx \theta_{ph}^2 + \theta_{mag}^2 \quad (11)$$

در حالتی که میدان مغناطیسی ضعیف باشد و یا به عبارت دیگر درخشندگی موج اهمیت پیدا کند زاویه پراکندگی الکترون‌ها با  $\theta_{ph}$  و اگر میدان مغناطیسی خارجی غالب باشد زاویه پراکندگی الکترون‌ها با  $\theta_{mag}$  نمایش داده می‌شود [۱]. با توجه به معادله (۱۱) در صورت اعمال شدن میدان مغناطیسی خارجی زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر کاهش پیدا نمی‌کند. معادله (۱۱) را می‌توان به ازای  $\delta u = 0.01$  به صورت زیر نیز نوشت:

$$\theta_* = [0.01980 + \frac{2}{a_0} \frac{\omega_{ce}}{\omega}]^{1/2} \quad (12)$$

شکل (۲) نمودار تغییرات زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی برای دو مقدار متفاوت طول موج لیزر به ازای یک شدت لیزر نشان می‌دهد.



شکل ۲. زاویه بین ممنوم الکترون و جهت انتشار لیزر تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی برای شدت و طول موج لیزر به ترتیب  $\lambda = 0.35, 0.53 \mu\text{m}$ ،  $I=10^{21} \text{ W.cm}^{-2}$ .

برای تخمین افزایش انرژی الکترون از معادله (۸) و تعاریف  $\beta \equiv v/c$  و  $u \equiv v_{ph}/c$  استفاده نموده و در نتیجه معادله زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\Delta\gamma \approx \frac{2a_0 u \sin \theta_*}{u - \beta \cos \theta_*} \quad (13)$$

که در ادامه می‌توان معادله (۱۳) را با در نظر گرفتن شرایط  $\beta \approx 1$ ،  $\theta_* \ll 1$  و  $u - 1 \ll 1$  و تعریف اندازه درخشندگی موج  $u - 1 = \delta u$  ساده‌تر نمود [۱]:

$$\Delta\gamma \approx \frac{4a_0 \theta_*}{\theta_*^2 + 2\delta u} \quad (14)$$

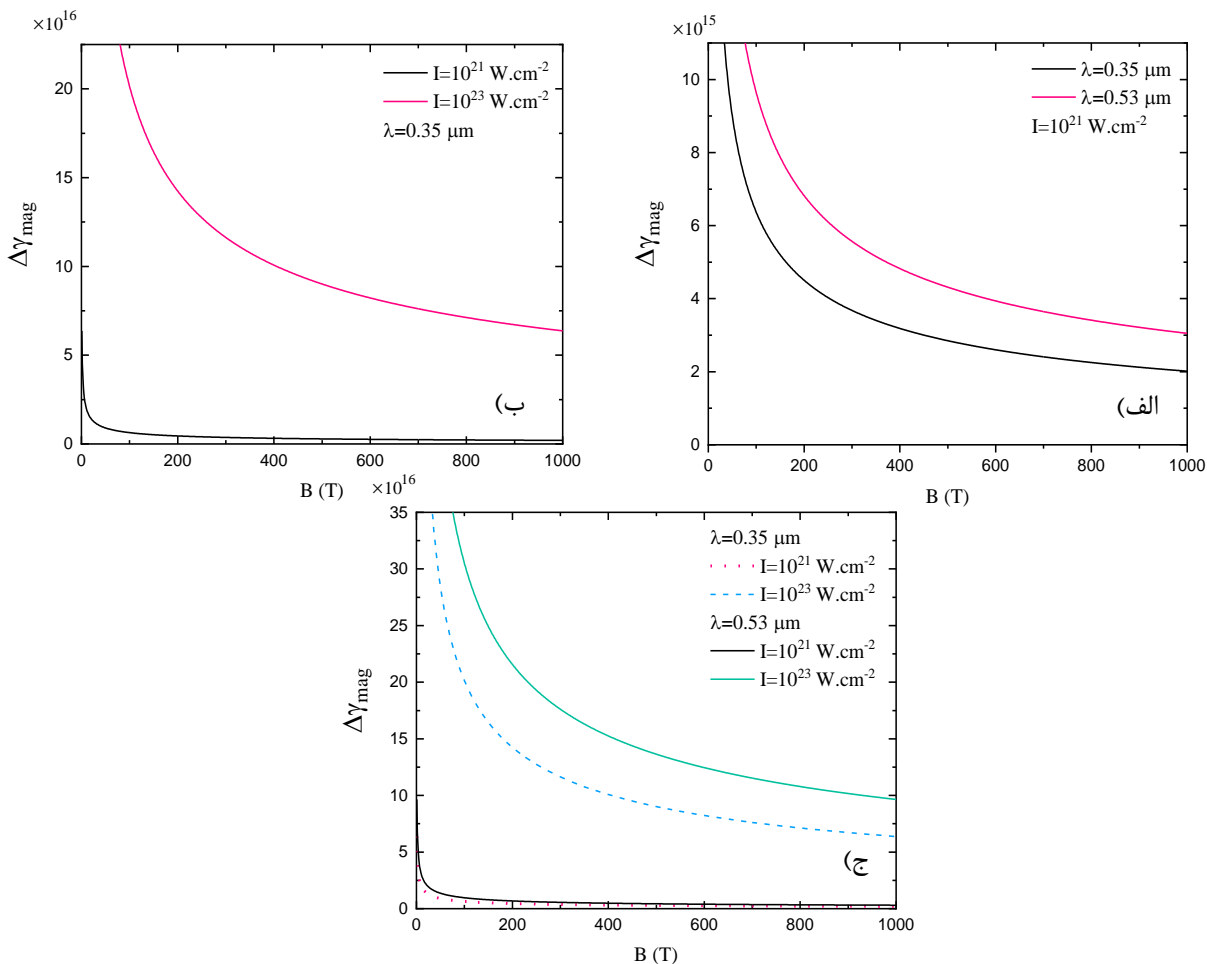
با استفاده از معادله (۱۴) در ناحیه‌ای که میدان مغناطیسی تعیین کننده دینامیک الکترون است مقدار انرژی به صورت زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\Delta\gamma_{\text{mag}} = (2a)^{3/2} \left( \frac{\omega}{\omega_{ce}} \right)^{1/2} \quad (15)$$

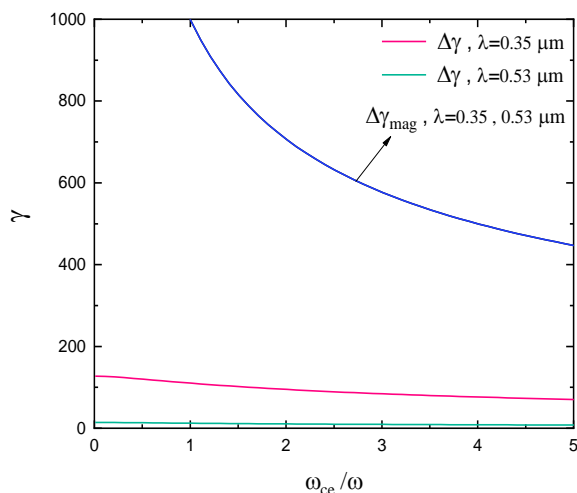
معادله (۱۵) را می‌توان بر حسب پارامترهای فیزیکی لیزر از جمله شدت و طول موج لیزر و همچنین میدان مغناطیسی استاتیک خارجی به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$\Delta\gamma_{\text{mag}} = [2(0.85\lambda\sqrt{I})]^{3/2} [1 / (5.862 \times 10^{-4} \lambda B_{\text{ext}})]^{1/2} \quad (16)$$

در شکل (۳) تغییرات انرژی دریافتی الکترون در حضور میدان مغناطیسی خارجی برای مقادیر مختلف طول موج و شدت لیزر رسم شده است. در شکل (۴) نیز روند تغییرات انرژی الکترون بر حسب فرکانس سیکلوترونی، معادلات (۱۴) و (۱۵) برای یک شدت خاص لیزر و دو مقدار متفاوت طول موج رسم شده است.



شکل ۳. تغییرات انرژی الکترون تحت تاثیر میدان مغناطیسی استاتیک برای دو شدت و طول موج لیزر به ترتیب  $\lambda = 0.35, 0.53 \mu\text{m}$ ،  $I=10^{21}, 10^{23} \text{ W.cm}^{-2}$



شکل ۴. تغییرات انرژی الکترون تحت تاثیر میدان مغناطیسی استاتیک در شدت لیزر  $I=10^{21} \text{ W.cm}^{-2}$

در غیاب میدان مغناطیسی خارجی (شتاب لیزر در خلاء)، فقط میدان الکتریکی لیزر بر روی الکترون‌ها کار انجام می‌دهد، در این حالت، با کاهش زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر میدان الکتریکی باعث حرکت خطی رو به جلو الکترون شده و در نتیجه الکترون‌ها برای رسیدن به حداکثر انرژی ناچار به طی مسافت قابل توجه‌ای در راستای پالس لیزر هستند. با توجه به نمودارهای حاصل در شکل‌های (۱) تا (۴) در حضور میدان مغناطیسی خارجی، تبادل انرژی بین باریکه لیزر و گروه الکترون‌ها افزایش می‌یابد به گونه‌ای که این میدان خارجی با ممانعت از کاهش زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر، که منجر به بهینه شدن پراکندگی الکترون‌ها می‌شود، باعث حرکت چرخشی همراه با حرکت رو به جلو الکترون‌ها- مکانیزم چرخش رو به جلو [۵]- باعث افزایش انرژی الکترون‌ها در امتداد لیزر خواهد شد. این افزایش انرژی علاوه بر اینکه به شدت میدان مغناطیسی خارجی وابسته است سرعت فاز موج نیز در تغییر آن نقش ویژه و مؤثری دارد و همچنین در دامنه‌های بالای لیزر  $1 \gg a_0$  می‌تواند مفید باشد [۱].

### ۳. نتیجه‌گیری:

در این مقاله، انرژی دریافتی الکترون‌های حاصل از برهمکنش لیزر-پلازما در حضور میدان مغناطیسی خارجی  $B_{ext}$  در پلاسمای دوتریم-تریتیم به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته شده است. لیزر پالسی پرشدت که به صورت عمود بر میدان مغناطیسی در پلازما انتشار می‌یابد باعث شتاب الکترون‌ها شده و در نهایت با تغییر انرژی دریافتی الکترون‌ها پراکندگی آنها را به صورت قابل توجه‌ای بهبود می‌بخشد.

نتایج این مطالعه نشان می‌دهند شدت پایین‌تر لیزر عملکرد مؤثرتری در حرکت رو به جلوی الکترون‌ها دارد. تغییرات زاویه بین ممنتوم الکترون و جهت انتشار لیزر تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی خارجی نشان می‌دهد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی خارجی، میزان پراکندگی بهینه الکترون‌ها به ازای شدت لیزر  $I=10^{21} \text{ W/cm}^2$  در طول موج بالاتر لیزر یعنی  $\lambda = 0.53 \mu\text{m}$  بیشتر خواهد بود، این درحالی است که به ازای طول موج کوتاه‌تر یعنی  $\lambda = 0.35 \mu\text{m}$  شیب تغییرات زاویه به صورت ملایم افزایش می‌یابد. تغییرات انرژی دریافتی الکترون بر حسب میدان مغناطیسی خارجی نشان می‌دهد، با افزایش شدت میدان مغناطیسی تغییرات انرژی یک سیر نزولی دارند اما در مقادیر حدود  $B_{ext} = 200 - 600 \text{ T}$ ، الکترون‌ها بیشترین انرژی را در مقادیر شدت بالاتر و طول موج بلندتر لیزر،  $I=10^{23} \text{ W/cm}^2$ ،  $\lambda = 0.53 \mu\text{m}$  دریافت می‌کنند. علاوه بر این نتایج نشان می‌دهند که حضور میدان مغناطیسی استاتیک خارجی در هر دو مقدار مختلف طول موج لیزر ( $\lambda = 0.35, 0.53 \mu\text{m}$ ) نقش مؤثر و بسزایی در افزایش انرژی دریافتی از لیزر دارد.

### مراجع:

- [1]: A. Arefiev, Z. Gong, and A. P. L. Robinson, Energy gain by laser accelerated electrons in a strong magnetic field, Phys. Rev. E 101, 043201 (2020)
- [2]: L Willingale, A V Arefiev, et al. The unexpected role of evolving longitudinal electric fields in generating energetic electrons in relativistically transparent plasmas, New J. Phys. 20(2018) 093024
- [3]: O Jansen, T Wang, A V Arefiev, et al. Leveraging extreme laser-driven magnetic fields for gamma-ray generation and pair production, Plasma Phys. Control. Fusion 60 (2018) 054006 (13pp)
- [۴]: A V Arefiev, A. P. L. Robinson and V. N. Khudik, Novel aspects of direct laser acceleration of relativistic electrons, J. Plasma Physics (2015), vol. 81, 475810404
- [۵]: A. V. Arefiev, V. N. Khudik, A. P. L. Robinson, et al. Beyond the ponderomotive limit: Direct laser acceleration of relativistic electrons in sub-critical plasmas, PHYSICS OF PLASMAS 23, 056704 (2016)
- [۶]: Z. Gong, F. Mackenroth, et al. Forward sliding-swing acceleration: electron acceleration by high-intensity lasers in strong plasma magnetic fields, 2019