تخمین زمان محصورسازی انرژی در توکامک دماوند با استفاده از پارامترهای تعادلی پلاسما

احسان اله نوری*

پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۵۱۱۱۳-۱۴۳۹۹ تهران، ایران

چکیده

زمان محصور سازی انرژی، به عنوان یکی از اصلی‌ترین عوامل در افروزش گداخت گرما هسته‌ای کنترل شده، بخش عمده‌ای از تحقیقات گداخت هسته‌ای به ویژه در سیستم‌های محصورسازی مغناطیسی از جمله توکامک را به خود اختصاص داده است. در حالت کلی، تحلیل جامع زمان محصورسازی انرژی توکامک نیازمند درک عمیق‌تری از مکانیزم ترابرد انرژی و ذرات باردار پلاسما در داخل توکامک است. با این وجود، این امکان وجود دارد تا با استفاده از پارامترهای تعادلی ماکروسکوپیک پلاسما، تحلیلی کیفی از زمان محصورسازی انرژی توکامک ارائه داد. در این مقاله، با استفاده از پارامترهای تعادلی پلاسما، تخمینی کیفی از زمان محصورسازی انرژی در توکامک دماوند ارائه شده است. از الگوی روش پیشنهاد شده می‌توان رفتار پارامترهای تعادلی پلاسما و زمان محصورسازی انرژی را در توکامک‌هایی با ابعاد کوچک و رژیم گرمایش اهمی بررسی کرده و با استفاده از الگوهای مناسب، پیشنهادهایی را جهت تحلیل و کنترل عملکرد توکامک‌های با گرمایش اهمی ارائه داد.

کلیدواژه‌ها: زمان محصورسازی، توکامک دماوند، تعادل پلاسما، اندازه‌گیری مغناطیسی

Assessment of energy confinement time of Damavand tokamak using plasma equilibrium parameters

E. Noori

Plasma and nuclear fusion research school, Nuclear Science and Technology Research Institute (NSTRI), Atomic Energy Organization of Iran (AEOI), P.O.BOX:14399-51113, Tehran, Iran.

Abstract

Energy confinement time, as one of the most important factors in plasma ignition, is subject of extensive scientific research in the field of controlled thermonuclear fusion, especially in magnetic confinement systems such as tokamaks. Generally, complete analysis of energy confinement time requires profound understanding of energy and particle transport of tokamak plasma. In this article, a semi-analytic approach, based on plasma equilibrium parameters, is presented to qualitatively evaluate energy confinement of Damavand tokamak. The proposed model can be used to study behavior of plasma equilibrium parameters and energy confinement time of small tokamaks with Ohmic heating regime.

Keywords: Energy Confinement time, Damavand Tokamak, Plasma equilibrium, Magnetic Measurements

Email: ehssan.noori@gmail.com

۱. مقدمه

زمان محصورسازی انرژی، به عنوان یکی از مهم‌ترین و بنیادی‌ترین پارامترها در توصیف فرآیند گداخت گرماهسته‌ای در سیستم‌های محصورسازی مغناطیسی به ویژه توکامک شناخته می‌شود. در حالت کلی، توصیف جامع زمان محصورسازی انرژی، نیازمند درک کامل‌تری از فرایند ترابرد و همچنین افت و خیزهای میکروسکوپیک پلاسما است. به عبارت دیگر، زمان محصورسازی انرژی به عنوان یک پارامتر میکروسکوپیک، مبتنی بر رفتار میکروسکوپیک ترابرد پلاسما، شناخته می‌شود که در حالت کلی تحلیل کامل آن یکی از پیچیده‌ترین مسائل روز گداخت محصورسازی است. زمان محصورسازی کل، به صورت نسبت انرژی کل پلاسما به توان کل ورودی تعریف می‌شود [۱و۲]. به دلیل انتقال انرژی از طریق رسانش و همرفت و وجود منابع تابشی، زمان محصورسازی معمولاً کمتر از آنچه است که تخمین زده می‌شود. با این وجود، می‌توان زمان محصورسازی انرژی را به طور تقریبی و کیفی با استفاده از معادله تراز انرژی پلاسما و به دست آوردن برخی از پارامترهای ماکروسکوپیک محصورسازی مانند بتای قطبی، به دست آورد. در این مقاله، روشی نیمه تحلیلی جهت تخمین زمان محصورسازی انرژی در توکامک‌هایی غیر دایروی با گرمایش اهمی، بر پایهٔ محاسبهٔ پارامترهای تعادلی پلاسما ارائه شده است. سیستم نمونهٔ مورد مطالعه، توکامک دماوند در نظر گرفته شده است. از روش پیشنهادی این مقاله می‌توان جهت تحلیل و بررسی پارامترهای تعادلی و زمان محصورسازی انرژی در توکامک‌های اندازه کوچک با گرمایش اهمی استفاده نمود.

۲. معادلات اساسی

به منظور دست‌یابی به دمای واکنش گداخت هسته‌ای، باید نوعی تعادل در منابع گرمایی و تابشی وجود داشته باشد. به طور کلی، تعادل انرژی در توکامک‌هایی با گرمایش اهمی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{dU_t}{dt}+\frac{U_t}{\tau_E}=\frac{P_{Oh}}{V_p} \qquad (۱)$$

که V_p نشان‌دهنده حجم پلاسما است و پارامترهای P_{Oh} و τ_E به ترتیب به عنوان توان اهمی ورودی و زمان محصورسازی انرژی تعریف می‌گردند. چگالی انرژی گرمایی کل به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$U=\frac{3}{2}\langle P\rangle_V=\frac{3}{2}\beta_p\frac{\langle B_p\rangle_L^2}{2\mu_0} \qquad (۲)$$

که در آن β_p بتای قطبی پلاسما است که در اغلب موارد به عنوان یکی از پارامترهای اصلی گداخت محصور سازی (نشان دهنده کیفیت محصور شدگی پلاسما با استفاده از میدان قطبی) است. $\langle P\rangle_V$ و $\langle B_p\rangle$ به ترتیب میانگین حجمی و خطی فشار جنبشی پلاسما و میدان مغناطیسی قطبی هستند [۳ و۴].

$$\langle P\rangle_V\equiv\frac{\int P d\mathbf{r}}{\int d\mathbf{r}}=\frac{\beta_p\langle B_p\rangle_L^2}{2\mu_0}$$
$$\langle B_p\rangle_L=\frac{\oint B_p dl_p}{\oint dl_p} \qquad (۳)$$

برای به دست آوردن توان اهمی، با استفاده از قضیه پوئینتینگ و با در نظر گرفتن مؤلفه قطبی میدان مغناطیسی، می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B_p^2}{2\mu_0}\right)+\nabla\cdot\left(\mathbf{E}\times\frac{\mathbf{B}_p}{\mu_0}\right)+J_\varphi E_\varphi=0 \qquad (۴)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۴) بر روی حجم پلاسما می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{LI_p^2}{2}\right)+\int\frac{J_\varphi^2}{\sigma}d\mathbf{r}=\frac{1}{\mu_0}\oint\varepsilon B_\tau dl \qquad (۵)$$

در معادله (۵)، $\varepsilon=2\pi R_0E_\varphi$ به عنوان نیروی محرکه الکتریکی، B_τ مؤلفه مماسی میدان مغناطیسی در راستای المان طول dl و σ رسانندگی پلاسما تعریف شده‌اند. سمت راست معادلهٔ (۵) با نام شار پوئینتینگ شناخته می‌شود که می‌توان آن را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{1}{\mu_0}\oint\varepsilon B_\tau dl\equiv I_pV_{L\varphi} \qquad (۶)$$

که در آن $V_{L\varphi}$ ولتاژ حلقه چنبره است. جمله اول سمت چپ معادلهٔ (۵) نرخ تغییرات انرژی مغناطیسی ذخیره شده است که در رژیم‌های پایا می‌توان از آن صرف نظر کرد ($\frac{\partial}{\partial t}I_p=\frac{\partial}{\partial t}L\approx 0$) بدین ترتیب، توان ورودی اهمی، در رژیم پایا، برابر خواهد بود با:

$$P_{Oh}\equiv\int\frac{J_\varphi^2}{\sigma}d\mathbf{r}=I_pV_{L\varphi} \qquad (۷)$$

بدین ترتیب با محاسبه پارامترهای ماکروسکوپیک پلاسما مانند β_p و $V_{L\varphi}$، این امکان وجود دارد تا با استفاده از معادله (۱) تخمینی از زمان محصور سازی انرژی را در توکامک دماوند به دست آوریم.

یکی از پارامترهایی که در تعیین شرایط تعادل پلاسمای توکامک نقش نسبتا مهمی را ایفا می‌کند، ترکیب خطی بتای قطبی[1] β_p و القائیدگی داخلی پلاسما[2] $l_i\equiv\frac{\langle B_p^2\rangle}{\langle B_p\rangle_L^2}$ در توکامک است که معمولاً به صورت $\beta_p+\frac{l_i}{2}$ بیان می‌گردد و با عنوان پارامتر شفرانف[3] شناخته می‌شود. در توکامک‌هایی که دارای سطح مقطع دایروی هستند ساده‌ترین راه برای به دست آوردن پارامتر شفرانف، استفاده از حل معادله تعادلی گراد-شفرانف بر پایه بسط بر حسب پارامتر عکس نسبت منظر و به دست آوردن مرتبه اول میدان‌های قطبی و شعاعی (بر حسب پارامتر شفرانف) است. در مورد توکامک‌های غیر دایروی تا حدی این امکان وجود دارد تا با در نظر گرفتن تابع شار قطبی ثابت در مرز پلاسما، عامل کشیدگی به صورت یک ضریب تصحیح تا مرتبه دوم وارد شده و مرتبه اول و دوم میدان‌های قطبی و شعاعی دوباره به دست آیند. با توجه به آنچه که گفته شد، با به کار بردن این روش در مورد توکامک‌هایی غیر دایروی مانند توکامک دماوند، امکان محاسبه تقریبی پارامتر شفرانف وجود دارد. از آنجایی که وابستگی به تابع شار بسیار ضعیف می‌باشد امکان محاسبه و به صورت جداگانه از مرتبه اول و دوم تابع شار وجود ندارد. معمول‌ترین روش به دست آوردن پارامتر تعادلی شفرانف، استفاده از مؤلفه‌های رابطه

$$\frac{(\nabla\times\mathbf{B})\times\mathbf{B}}{\mu_0}=\nabla P \qquad (۸)$$

و انتگرال‌گیری از آن‌ها بر روی حجم پلاسما است. در نتیجه انجام این کار، معادلات شامل انتگرال‌های حجمی (معادلات انرژی و یا شار دیامغناطیسی) با معادلات انتگرالی سطحی شامل شدت میدان‌های مغناطیسی ارتباط داده می‌شوند. این رویکرد با عنوان نمایش انتگرالی پارامتر شفرانف شناخته می‌شود. بدین ترتیب، با در نظر گرفتن پلاسمایی همسانگرد و ایستا، می‌توان نوشت:

[1] Ploidal beta
[2] Plasma internal inductance
[3] Shafranov parameter

$$\Lambda \equiv \beta_p + \frac{l_i}{2} = \frac{s_1}{2} + s_2\left(1-\frac{\xi}{2}\right)$$

$$s_1 = \frac{1}{\mu_0^2 I^2 R_0}\int\left[\left(B_\theta^2 - B_r^2\right) r\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}_r - 2B_\theta B_r r\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{e}_r\right]dS_n \qquad (۹)$$

$$s_2 = \frac{1}{\mu_0^2 I^2}\int\left[\left(B_\theta^2 - B_r^2\right)\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}_R - 2B_\theta B_r\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{e}_R\right]dS_n$$

که در آن Λ با عنوان پارامتر شفرانف و به صورت ترکیب خطی بتای قطبی و القائیدگی داخلی پلاسما تعریف شده است. پارامترهای s_1 و s_2 پس از به دست آوردن تجربی مؤلفه‌های قطبی و شعاعی میدان مغناطیسی (B_θ و B_r)، محاسبه خواهند شد. انتگرال‌های سطحی dS_n بر روی مسیری محاسبه می‌شود که اندازه‌گیری‌های مغناطیسی بر روی آن انجام می‌گیرد. برای به دست آوردن Λ می‌توان از حل نیمه تحلیلی معادله تعادلی گراد-شفرانف[1] استفاده کرد. به طور کلی معادله گراد-شفرانف یک معادله دیفرانسیل غیر خطی غیر همگن دو بعدی است که تعادل ماکروسکوپیک پلاسما را در ساختارهایی با تقارن محوری (مانند توکامک) توصیف می‌کند و به صورت زیر نوشته می‌شود [۵]

$$R\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial\psi}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2\psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 4\pi^2\frac{\partial P}{\partial\psi} - 4\pi^2 F\frac{\partial F}{\partial\psi} = -\mu_0 2\pi R J_\varphi\left(R,Z\right) \qquad (۱۰)$$

که در آن تابع اسکالر $\psi(R,Z)$ کمیتی است متناسب با شار میدان قطبی

$$2\pi\psi = \int \mathbf{B}_p\cdot d\mathbf{s}_p$$

و تابع شار قطبی نامیده می‌شود. در حالت کلی حل معادله گراد- شفرانف به انتخاب توابع آزاد $F(\psi)$ و $P(\psi)$ بستگی دارد. با ثابت در نظر گرفتن توابع $F(\psi)$ و $P(\psi)$، می‌توان نشان داد که معادله گراد- شفرانف دارای حل تحلیلی زیر است:

$$\psi(x,y) = C_1 + C_2x^2 + C_3\left(x^4 - 4x^2y^2\right) + C_4\left(x^2\ln x - y^2\right) - \frac{A_1}{8}x^4 - \frac{A_2}{2}y^2 \qquad (۱۱)$$

که در آن مختصه‌های (R,Z) در سیستم مختصات استوانه‌ای، به شعاع اصلی چنبره (R_0) بی بعد شده‌اند. ثابت‌های $C_1...C_4$ با اعمال شرایط مرزی مناسب و ثابت‌های A_1 و A_2 با استفاده از داده‌های تجربی توکامک (جریان پلاسما و پارامتر شفرانف) به صورت زیر دست می‌آیند:

$$I_p = \int J_\varphi dRdZ = \frac{1}{2\pi\mu_0 R_0}\int\left(A_1x + \frac{A_2}{x}\right)dxdy \qquad (۱۲)$$

$$\Lambda + 1 = \frac{C_p^2}{\left[\int\left(A_1x + \frac{A_2}{x}\right)dxdy\right]^2 V_p}\left(2.5A_1\int\Psi\left(x,y\right)xdxdy + 0.5A_2\int\frac{\Psi\left(x,y\right)}{x}dxdy\right) \qquad (۱۳)$$

که در آن C_p و V_p به ترتیب محیط و حجم پلاسما را تعریف می‌کنند. با یافتن ثابت‌های معرفی شده در معادله ۱۳، می‌توان را به شکل زیر به دست آورد:

$$\beta_p = \frac{2\mu_0\left\langle P\right\rangle_V}{\left\langle B_p\right\rangle_L^2} = \frac{2C_p^2A_1}{\left[\int\left(A_1x + \frac{A_2}{x}\right)dxdy\right]^2}\frac{\int\Psi\left(x,y\right)xdxdy}{V_p} \qquad (۱۱)$$

[1] Grad-Shafranov equation

۳. نتایج حاصل از تحلیل توکامک دماوند

مدل معرفی شده در بخش پیشین جهت محاسبه زمان محصور سازی انرژی بر روی توکامک دماوند مورد بررسی قرار می‌گیرد. توکامک دماوند، توکامکی با اندازه کوچک است و با سطح مقطع غیر دایروی (کشیده) که در پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای در سازمان انرژی اتمی ایران در حال فعالیت می‌باشد. پارامترهای هندسی این توکامک را می‌توان در جدول ۱ خلاصه کرد:

جدول ۱. پارامترهای هندسی توکامک دماوند

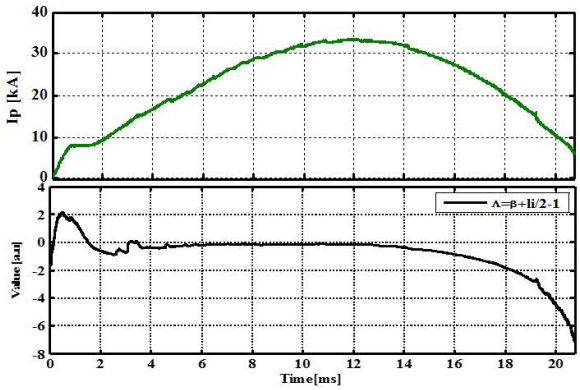
شعاع اصلی چنبره	۳۶ cm
شعاع فرعی چنبره	۷ cm
نسبت ظاهری	۵/۱
بیشینه کشیدگی پلاسما	۱/۴

مهم‌ترین و فعال‌ترین ابزارهای تشخیصی پلاسما در توکامک دماوند، سیستم‌های اندازه‌گیری مغناطیسی هستند که معمولاً برای تعیین جریان و کنترل شکل و موقعیت پلاسما و اندازه‌گیری میدان‌های مغناطیسی اطراف پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرند. جریان پلاسما در توکامک دماوند توسط دو پیچهٔ روگوفسکی اندازه‌گیری می‌شود. جهت اندازه‌گیری مؤلفه‌های شعاعی و قطبی میدان مغناطیسی پلوئیدالی، از آرایه‌ای متشکل از ۳۶ از پروب‌های مغناطیسی استفاده می‌شود که در داخل ریل‌هایی خارج از پلاسما و در محفظهٔ خلأ نصب می‌گردند [۶]. در جدول ۲ مشخصات اصلی پروب‌های مغناطیسی مورد استفاده در توکامک دماوند نشان داده شده است.

جدول ۲: مشخصات پروب‌های مغناطیسی توکامک دماوند

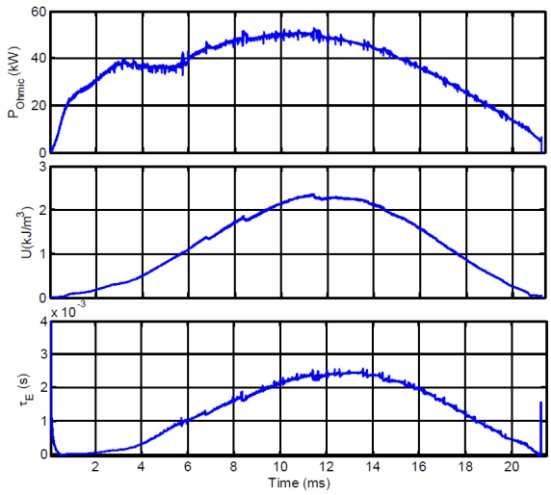
نوع پروب مغناطیسی	تعداد	مقاومت (Ω)	اندوکتانس (mH)
پروب شعاعی	۱۸	۲۱	۱
پروب قطبی	۱۸	۱۸/۵	۶۶

شکل ۱ تحول زمانی جریان پلاسما و پارامتر تعادلی شفرانف محاسبه شده بر اساس مدل نیمه تحلیلی پیشنهاد شده را در طی یک شات نمونه‌ای توکامک دماوند نشان می‌دهد. تحول زمانی پارامتر شفرانف را می‌توان به سه بخش اصلی تقسیم‌بندی نمود. دو بخش ابتدایی (بازهٔ زمانی 0-8 ms) و انتهایی (بازهٔ زمانی 14-21 ms)، متناسب با افزایش و کاهش جریان پلاسما، پارامتر شفرانف نیز دارای افت و خیزهای افزایشی و کاهشی می‌باشد. در بخش سوم و در بازهٔ زمانی 8-14 ms که نشان دهندهٔ حالت پایا در جریان پلاسما می‌باشد، پارامتر شفرانف کمترین میزان افت و خیز را دارد. بنابراین، مقدار محاسبه شده برای پارامتر شفرانف در شرایط پایا اعتبار بیشتری در مقایسه با بخش‌های ابتدایی و انتهایی جریان پلاسما دارد.



شکل ۱: تحول زمانی جریان پلاسما و پارامتر شفرانف (نتیجه اولیه تحلیل یک شات نمونه ای توکامک دماوند)

در شکل ۲ تحول زمانی توان گرمایشی اهمی، انرژی گرمایی و زمان محصورسازی انرژی نشان داده شده‌اند. با توجه به اینکه در بازهٔ زمانی 8-14 ms پلاسما در شرایط حالت پایا قرار دارد، محدودهٔ گرمایش اهمی و زمان محصورسازی انرژی در شرایط پایا بر مبنای مدل پیشنهادی به ترتیب، 40- 50 kW و $1.7 - 2.3 \times 10^{-4}$ s می‌باشد. بیشینه گرمایش اهمی، در زمان 11 ms، در رژیم پایا، برابر است با 50 kW. در این زمان بیشینه چگالی انرژی پلاسما و زمان محصور سازی انرژی نیز به ترتیب 2.7 kJ/m^3 و 2.3×10^{-4} s هستند که با مقدار مقیاس شده در مورد توکامک‌هایی با گرمایش اهمی ($\tau_E = 0.07\overline{n}_e \times 10^{-20} a R_0^2 q_a$) تقریباً مطابقت دارد [۶].



شکل ۲. تحول زمانی توان اهمی، چگالی انرژی کل پلاسما و زمان محصور سازی انرژی
در یک شات نمونه‌ای توکامک دماوند

۴. نتیجه‌گیری

مدلی نیمه تحلیلی مبتنی بر محاسبهٔ پارامترهای تعادلی پلاسما از جمله پارامتر شفرانف (ترکیب خطی بتای قطبی و القائیدگی داخلی پلاسما) و بتای قطبی پلاسما، جهت تخمین زمان محصورسازی انرژی توکامک دماوند پیشنهاد شد. اهم نتایج حاصل به شرح ذیل می‌باشد:

- جهت محاسبهٔ پارامتر تعادلی شفرانف از حل تحلیلی معادلهٔ گراد- شفرانف استفاده شد که بر اساس آن، جواب معادله (تابع شار قطبی) به صورت یک چند جمله‌ای متشکل از جملات بخش همگن و غیر همگن معادلهٔ گراد- شفرانف پیشنها می‌شود. جهت تعیین ثابت‌های بخش همگن معادلهٔ گراد- شفرانف از شرایط مرزی تابع

شار و مشتق آن استفاده شده است و ثابت‌های قسمت غیر همگن معادله نیز توسط اندازه‌گیری‌های مغناطیسی توکامک دماوند مشخص شدند.

- با استفاده از معادلهٔ تراز انرژی و تعریف چگالی انرژی گرمایی توکامک بر حسب پارامتر تعادلی بتای قطبی پلاسما، تخمینی از زمان محصورسازی انرژی در طی یک شات نمونه‌ای توکامک دماوند به دست آمد که می‌توان از مدل پیشنهادی جهت برآورد رمان محصورسازی انرژی در توکامک‌هایی با گرمایش اهمی استفاده نمود.

۵. مراجع

[1]. W. M. Stacey, Fusion Plasma Physics (Wiley-VCH., 2005).
[2]. K. Miyamoto, Plasma physics and controlled nuclear fusion (Springer, 2006).
[3]. J. P. Freidberg, Ideal magneto hydrodynamics (Plenum Publishing Company, 1987).
[4]. A. S. Elahi, and M. Ghoranneviss, Phys. Scr. **81**, 055501(2010).
[5]. S.B. Zheng, A.J. Wootton and E.R. Solano, Phys. Plasmas. **3**, 1176 (1196).
[6]. E. Noori, Y. Sadeghi and H. Mehdian, JINST **11**, P06015 (2016).