



## انتشار مایل سالیتونهای یون-صوتی در پلاسمای توکامک با الکترونهای غیرماکسولی

مصطفی مهدی پور\*، مهدی عصری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گنبد کاووس، ۱۶۳، گنبد کاووس، ایران

### چکیده

در این مقاله، انتشار مایل امواج یون-صوتی در یک پلاسمای مغناطیده بدون برخوردی شامل دو جمعیت الکترونی (سرد و داغ) با توزیع کاپا و یونهای گرم بررسی شده است. با به کار بردن روش اختلال کاهشی، معادله غیر خطی کورته و گ-ده وری ( $K-dV$ ) برای توصیف این امواج تعیین شده است. مشاهده می‌شود که هر دو امواج سالیتونی با پتانسیل‌های مثبت و منفی، قابلیت انتشار در این مدل پلازما را دارند. علاوه بر این، نتایج عددی مشخص می‌کنند که الکترونهای با توزیع کاپا، تاثیر بسزایی بر روی ساختار امواج یون-صوتی دارند.

کلیدواژه‌ها: امواج یون-صوتی، الکترونهای دو دمایی، روش اختلال کاهشی

## Oblique propagation of ion-acoustic solitons in Tokamak plasma with non-Maxwellian electrons

Mostafa Mehdipoor\*, Mehdi Asri

Department of Physics, Faculty of Science, Gonbad Kavous University, P.O.BOX: 163, Gonbad Kavous, Iran.

### Abstract

In this study, the oblique propagation of ion-acoustic waves in a collisionless magnetized plasma consisting of two-electron populations (cold and hot) with kappa distribution and warm ions are investigated. A nonlinear Korteweg-de Vries ( $dK-dV$ ) equation is derived by using the reductive perturbation method. It is observed that in the present plasma model, both positive and negative potential solitons can be supported. In addition, the numerical results reveal that kappa distributed electrons have significant effects on solitary wave structures.

**Keywords:** Ion-acoustic waves, Two-temperature electrons, reductive perturbation method

\*Email: Mehdipoor.m59@gmail.com

## ۱. مقدمه

مطالعه امواج یون-صوتی یکی از مهمترین موضوعات در حوزه فیزیک و مهندسی پلاسما می‌باشد. این امواج در محیط های گوناگونی مانند پلاسماهای فضایی و آزمایشگاهی می‌توانند منتشر شوند. در پلاسما امواج سالیوتونی یون-صوتی از توازن آثار غیرخطی و پاشندگی تشکیل می‌شوند و می‌توانند با سرعتی ثابت و بدون تغییر شکل منتشر شوند. سرعت فاز این امواج از سرعت حرارتی یونها بیشتر ولی از سرعت حرارتی الکترونها کمتر می‌باشد. به دلیل بالا بودن سرعت حرارتی الکترونها، در مطالعه ساختار امواج یون-صوتی معمولاً الکترونها بدون اینرسی فرض می‌شوند و با یک تابع توزیع سرعت مناسبی بیان می‌شوند. در مطالعه ساختار غیرخطی امواج، توزیع های ماکسول-بولتزمن و کاپا (غیرماکسولی) [۱] جزء پرکاربردترین توزیع های مد نظر برای الکترونها می‌باشند. در سیستم هایی با برهمکنش های بلند برد، غالباً توزیع ماکسولی درست نیست و برای توصیف الکترونها پراثری از توزیع کاپا استفاده می‌کنند. لازم به ذکر است که در حد  $K \rightarrow \infty$  (یعنی مقادیر بزرگ شاخص طیفی کاپا)، توزیع غیرماکسولی کاپا به توزیع ماکسولی منجر می‌شود. علاوه بر داشتن توزیع های مختلف، الکترونها می‌توانند با دماهای گوناگونی نیز در محیط پلاسما ظاهر شوند. منظور از الکترونها دو دمایی الکترونها هستند که دما و چگالی آنها هم متفاوت می‌باشد. الکترونها سرد با چگالی  $n_c$  و دمای  $T_c$  و الکترونها داغ با چگالی  $n_h$  و دمای  $T_h$  معرفی می‌شوند. این الکترونها نیز می‌توانند با توزیع های گوناگونی از جمله ماکسولی، کاپا و غیره در محیط پلاسما ظاهر شوند. پلاسماهایی با الکترونها دو دمایی در مشاهدات آزمایشگاهی [۲-۴] و محیط های فضایی [۵] دیده شده‌اند. به عنوان مثال، مطالعات صورت گرفته از مگنتوسفر زحل وجود الکترونها دو دمایی با توزیع کاپا را با مشخصات  $T_c = 8$  (eV),  $n_c = 2.5$  cm<sup>-3</sup>,  $T_h = 1100$  (eV) و  $n_h = 0.07$  cm<sup>-3</sup> تائید کرده‌اند [۶]. همچنین از طریق تابشهای میکروویو به پلاسما و یا همجوشی پلاسما با استفاده از روش گرمایش با امواج رادیو فرکانسی (RF) نیز می‌توان پلاسماهایی با الکترونها دو دمایی را ایجاد کرد [۷]. نویسندگان زیادی ساختار سالیوتونی یون-صوتی را در پلاسماهای دو دمایی و در محیط های مختلفی بررسی کرده‌اند [۸-۱۰]. وجود امواج سالیوتونی با دامنه دلخواه معمولاً از طریق روش پتانسیل سقدیف [۱۱] بررسی می‌شود. به هر حال، باید توجه کنیم که این روش معادله حاکم بر تحول سالیوتونها را بیان نمی‌کند. محققین زیادی با استفاده از روش استاندارد اختلال کاهشی [۱۲] توانسته‌اند معادلات غیرخطی حاکم بر تحول این امواج را در پلاسماهای مختلفی بررسی کنند. در ادامه باید توجه کنیم که توکامک به عنوان یکی از مناسبترین ابزار همجوشی می‌باشد که در آن از میدانهای مغناطیسی برای محصور سازی پلاسما استفاده می‌کنند. هدف این مقاله بررسی ساختار امواج الکتروستاتیک در یک پلاسما مغناطیسه و در حضور الکترونها غیرماکسولی می‌باشد که از توزیع کاپا تبعیت می‌کنند. به عبارت دیگر، چونکه در لبه توکامک توزیع سرعت ماکسولی برای توصیف سیستم کافی نیست ما قصد داریم تغییرات دامنه و پهنای امواج سالیوتونی را در آن ناحیه بررسی و تاثیر حضور الکترونها با توزیع سرعت غیر ماکسولی را بر روی آنها بررسی نماییم. اخیراً، انتشار امواج یون-صوتی در پلاسما توکامک و در حضور الکترونها دو دمایی (سرد و داغ) با توزیع ماکسولی مورد بررسی قرار گرفته بود [۱۳]. با این حال، مقاله حاضر می‌تواند توجیحی برای درک ساختار امواج یون-صوتی منتشر شده در پلاسما لبه توکامک و در حضور الکترونها غیر ماکسولی را فراهم کند. از آنجائیکه الکترونها در پتانسیل موج یون-صوتی گیر می‌کنند، این امر ممکن است باعث شود که الکترونها درگیر انرژی خود را به موج یون-صوتی بدهند و انتشار آنها به صورت سالیوتون سبب انتقال این انرژی به بخشهای درونی توکامک شود. به عبارت دیگر، از این طریق انرژی دیگری به توکامک افزوده می‌شود و سبب خواهد شد فرآیند همجوشی تسریع یابد.

## ۲. معادلات اساسی

یک پلاسما بدون برخورد شامل یونها گرم و الکترونها دو دمایی را در یک میدان مغناطیسی خارجی  $B = B_0 \hat{k}$  در پلاسما توکامک در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که الکترونها سرد و داغ از تابع توزیع کاپا [۱۱] پیروی می‌کنند و سرعت حرارتی آنها خیلی بیشتر از سرعت موج یون-صوتی می‌باشد. ما قصد داریم انتشار امواج الکتروستاتیک دامنه

کوچک اما محدود را مورد بررسی قرار دهیم. لذا در طول این کار فرض می‌کنیم میرای‌های برخوردی و لاندائو حداقل باشند. شرط ناچیز بودن میرایی لاندائو به راحتی توسط فرض  $T_e \gg T_i$  فراهم می‌شود. به عبارت دیگر، برای امواج یون-صوتی، میرایی لاندائو بسیار حساس به دمای یونها می‌باشد. بنابراین در سیستم مد نظر، ما از طریق شرط اخیر حداقل بودن میرایی لاندائو را در نظر می‌گیریم. تحت چنین شرایطی معادلات سیالی حاکم بر دینامیک یونها (معادلات پیوستگی و حرکت)، در فضای سه بعدی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla\varphi + \left(\frac{\omega_{ci}}{\omega_{pi}}\right)\vec{u} \times \hat{k} - \gamma\delta n^{\gamma-2}\nabla n \quad (۲)$$

با انتگرال گیری از تابع توزیع کاپا، چگالی بهنجار شده الکترونیهای سرد و داغ توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$n_c = (1-d) \left(1 - \frac{\alpha\varphi}{\kappa_c - \frac{3}{2}}\right)^{-\kappa_c + \frac{1}{2}}, \quad n_h = d \left(1 - \frac{\beta\varphi}{\kappa_h - \frac{3}{2}}\right)^{-\kappa_h + \frac{1}{2}} \quad (۳)$$

معادلات فوق از طریق معادله پواسون به یک مجموعه کاملی از معادلات را تشکیل می‌دهند

$$\nabla^2\varphi = n_c + n_h - n \quad (۴)$$

در اینجا  $n(n_{c,h})$  چگالی یونها (الکترونیهای سرد و داغ) و  $\vec{u}$  سرعت یون است که به ترتیب به چگالی مختل نشده  $n_{i0}$  و سرعت یون-صوتی  $C_0 = (T_{eff}/m_i)^{1/2}$  نرمالیزه شده‌اند. مختصات فضایی و زمانی هم به ترتیب به طول دمای الکتریکی  $\varphi$  نیز به پتانسیل مشخصه  $T_{eff}/e$  بهنجار شده است. پارامترهای موجود در معادلات فوق به صورت  $\beta = T_{eff}/T_h$  و  $\alpha = T_{eff}/T_c$ ،  $\delta = T_i/T_{eff}$ ،  $d = n_{h0}/n_{i0}$  صورت  $T_{eff} = T_c/(1-d+d\sigma)$  تعریف می‌شود طوری که  $\sigma = T_c/T_h$  به عنوان نسبت دمای الکترونیهای سرد به داغ بیان می‌شود.  $\omega_{ci} = eB_0/m_i$  فرکانس سیکلوترونی یون است و ضریب  $\gamma = 5/3$  به عنوان نسبت ظرفیت های گرمایی بیان می‌شود. شاخص های  $\kappa_h$  و  $\kappa_c$  نیز میزان انحراف الکترونها را از حالت ماکسولی نشان می‌دهند.

## ۱.۲. معادله حاکم بر تحول غیرخطی امواج پایدار

در محیط پلازما از توازن بین آثار غیرخطی و پاشندگی، موج پایداری بنام سالیتون تشکیل می‌گردد. این موج با سرعت و شکل ثابتی در محیط پلازما منتشر می‌شود. برای بدست آوردن معادله غیرخطی (K-dV) حاکم بر تحول این امواج از روش اختلال کاهش استفاده می‌کنیم. بر طبق این روش، ابتدا متغیرهای حالت  $n$ ،  $\vec{u}$  و  $\varphi$  را به صورت زیر بسط می‌دهیم [۱۲]

$$n = 1 + \varepsilon n^{(1)} + \varepsilon^2 n^{(2)} + \varepsilon^3 n^{(3)} + \dots, \quad u_{x,y} = \varepsilon^{3/2} u_{x,y}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{x,y}^{(2)} + \varepsilon^{5/2} u_{x,y}^{(3)} + \dots$$

$$u_z = \varepsilon u_z^{(1)} + \varepsilon^2 u_z^{(2)} + \varepsilon^3 u_z^{(3)} + \dots, \quad \varphi = \varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \varepsilon^3 \varphi^{(3)} + \dots \quad (۵)$$

با معرفی متغیرهای کند تغییر  $\xi = \frac{1}{\varepsilon^2}(k_x x + k_y y + k_z z - \lambda t)$  و  $\tau = \varepsilon^{3/2} t$  (که  $\varepsilon \ll 1$ ) یک پارامتر بدون بعد است که میزان غیرخطی بودن سیستم را تعیین می‌کند. پارامترهای  $k_x$ ،  $k_y$  و  $k_z$  کسینوس های هادی بردار موج  $\vec{K}$  در دستگاه مختصات دکارتی هستند طوری که  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1$ ، نیز سرعت انتشار موج سالیتونی را بیان می‌کند) و جایگذاری آنها در معادلات (۱) - (۳) و انجام محاسبات لازم خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \tau} + A \varphi^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۶)$$

معادله اخیر همان معادله  $K-dV$  مد نظر می‌باشد که در آن ضرایب غیر خطی و پاشندگی به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$A = \frac{3\lambda k_z^2}{2(\lambda^2 - \frac{5}{3}\delta k_z^2)} - \frac{5\delta k_z^4}{18\lambda(\lambda^2 - \frac{5}{3}\delta k_z^2)} - \frac{(\lambda^2 - \frac{5}{3}\delta k_z^2)^2}{\lambda k_z^2} ((1-d)\alpha^2 C_2 + d\beta^2 D_2) \quad (7)$$

$$B = \frac{(\lambda^2 - \frac{5}{3}\delta k_z^2)^2}{2\lambda k_z^2} + \frac{\lambda^3}{2\omega_{ci}^2 \omega_{pi}^{-2} k_z^2} (1 - k_z^2) \quad (8)$$

در اینجا سرعت فاز به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\lambda = k_z \left[ \frac{5}{3}\delta + \frac{1}{C_1\alpha(1-d) + D_1\beta d} \right]^{1/2} \quad (9)$$

ضرایب ثابت نیز به شکل زیر داده می‌شوند:

$$D_1 = \frac{\kappa_h - 1/2}{\kappa_h - 3/2} \quad \text{و} \quad C_1 = \frac{\kappa_c - 1/2}{\kappa_c - 3/2}$$

$$D_2 = \frac{(\kappa_h - \frac{1}{2})(\kappa_h + \frac{1}{2})}{2(\kappa_h - \frac{3}{2})^2} \quad \text{و} \quad C_2 = \frac{(\kappa_c - \frac{1}{2})(\kappa_c + \frac{1}{2})}{2(\kappa_c - \frac{3}{2})^2} \quad (10)$$

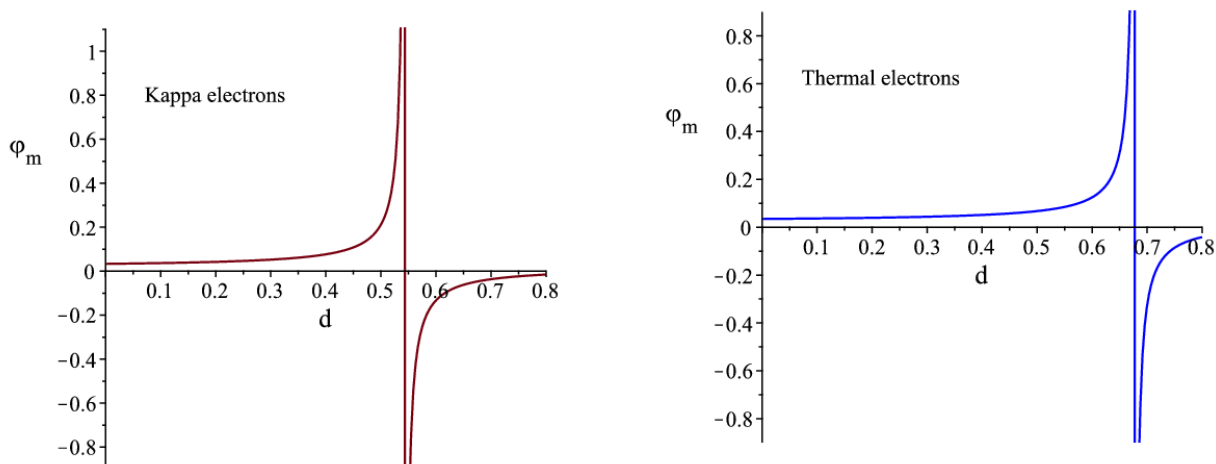
جواب پایا معادله (۶)، با تغییر متغیر  $\eta = \xi - U\tau$  سرعت ثابت می‌باشد) و انجام محاسبات لازم به صورت بیان خواهد شد

$$\varphi^{(1)} = \varphi_m \operatorname{sech}^2(L^{-1}\eta) \quad (11)$$

طوری‌که دامنه و پهنای امواج سالی‌تونی به ترتیب به صورت  $L = 2\sqrt{\frac{B}{U}}$  و  $\varphi_m = \frac{3U}{A}$  داده می‌شوند.

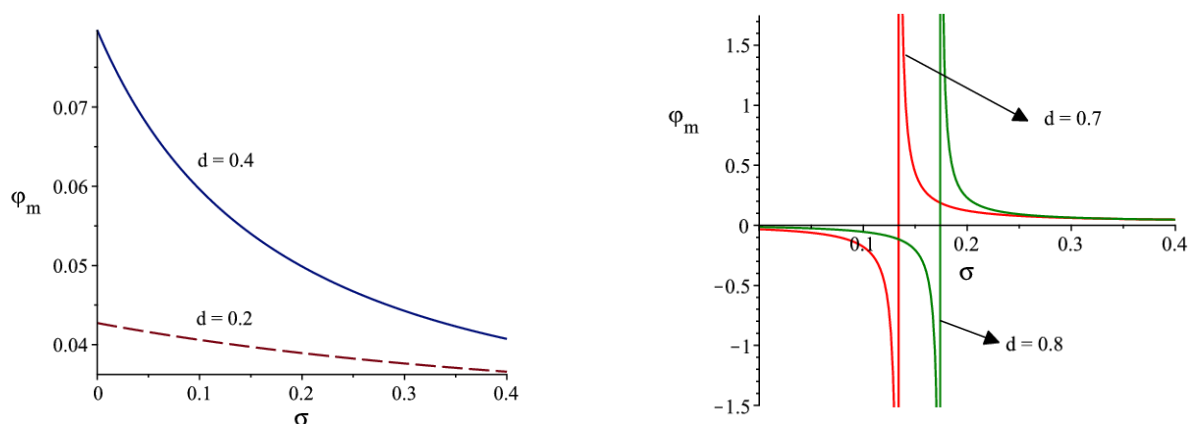
### ۳. نتایج عددی

تا کنون معادله حاکم بر تحول موج غیرخطی در یک پلاسمای توکامک بدون برخوردی شامل یونهای گرم و الکترونهای دو دمایی با توزیع کاپا را تعیین کردیم. مشاهده کردیم که در مدل پلاسمای حاضر فقط یک مد می‌تواند منتشر شود و سرعت فاز آن توسط معادله (۹) بدست می‌آید. در ادامه قصد داریم خواص غیرخطی این مد را بررسی کنیم. لازم به ذکر است که معادله (۶) تحول حاکم بر دینامیک غیرخطی این مد را توصیف می‌کند و برای بررسی خصوصیات آن، جواب سالی‌تونی (۱۱) را در نظر خواهیم گرفت. شکل (۱) تغییرات بیشینه دامنه‌ی سالی‌تون یون-صوتی را بر حسب نسبت چگالی الکترونهای داغ به یونهای مختل نشده ( $d$ ) در دو حالت الکترونهای غیرماکسولی (با توزیع کاپا) و حرارتی (با توزیع ماکسولی) را نشان می‌دهد. سایر پارامترهای پلاسمای به صورت  $\delta = 0.001$ ,  $\theta = \pi/6$ ,  $\sigma = 0.01$ ,  $\frac{\omega_{ci}}{\omega_{pi}} = 0.001$  (توکامک MAST) و  $U = 0.01$  در نظر گرفته شده‌اند. در اینجا، شکل سمت چپ برای الکترونهای فوق حرارتی (با توزیع کاپا) به ازای مقادیر  $\kappa_h = 4$  و  $\kappa_c = 3$  رسم شده در حالیکه شکل سمت راست برای الکترونهایی با توزیع ماکسولی  $\kappa_{c,h} \rightarrow \infty$  ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که در هر دو حالت یک چگالی بحرانی  $d_c$  وجود دارد. طوری که دامنه موج سالی‌تونی به ازای این مقدار بحرانی بی‌نهایت می‌شود. به ازای این چگالی، معادله غیرخطی (۶) نمی‌تواند برای توصیف سیستم بکار رود. از سوی دیگر، مشاهده می‌شود که برای مقادیر  $0 < d < d_c$ ، دامنه سالی‌تون با افزایش  $d$  افزایش می‌یابد در حالیکه به ازای مقادیر  $d > d_c$ ، با افزایش چگالی الکترونهای داغ، دامنه سالی‌تون کاهش می‌یابد. همچنین از نمودارهای داده شده در شکل (۱) استنباط می‌شود که امکان انتشار امواج سالی‌تونی با دامنه مثبت (تراکمی) و امواج سالی‌تونی با دامنه منفی (انبساطی) در مدل پلاسمای حاضر وجود دارد.



شکل ۱. تغییرات بیشینه دامنه امواج سالیوتونی بر حسب  $d$  در حضور الکترونهاى غير ماکسولوى (سمت چپ) و ماکسولوى (سمت راست).

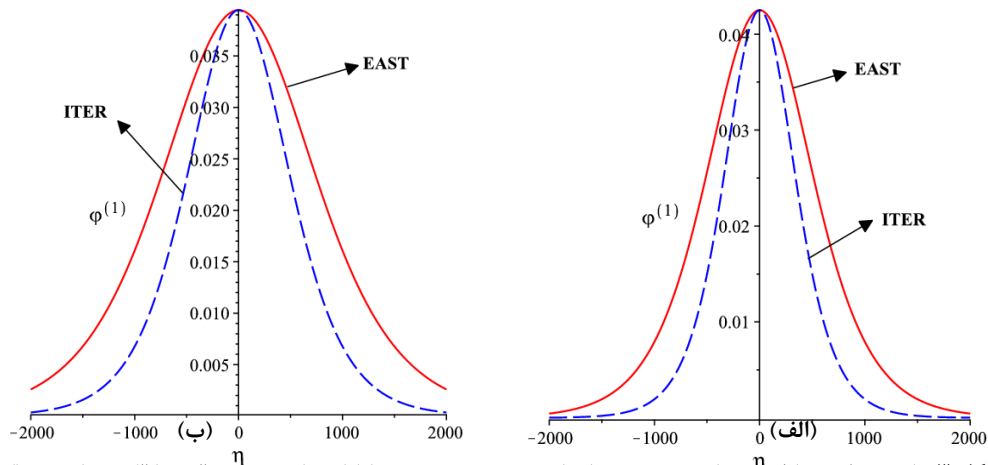
شکل (۲) تغییرات دامنه امواج پایدار را بر حسب نسبت دمای الکترونهاى سرد به داغ  $\sigma$  نشان می‌دهد. در اینجا، پارامترهای ثابت پلازما مانند شکل (۱) فرض شده‌اند. شکل (۲) سمت چپ نشان می‌دهد که برای چگالی‌های کمتر از مقدار بحرانی، دامنه‌ی امواج سالیوتونی با پتانسیل مثبت (امواج تراکمی) با افزایش نسبت دمای الکترونهاى سرد به داغ کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، از شکل (۲) سمت راست در می‌یابیم که به ازای مقادیر بزرگتر چگالی الکترونها (یعنی برای امواج سالیوتونی انبساطی)، یک دمای بحرانی وجود دارد طوری که سالیوتونهاى با دامنه‌ی منفی (امواج انبساطی) به سالیوتونهاى با دامنه‌ی مثبت (امواج تراکمی) تبدیل می‌شوند. همانطور که مشاهده می‌شود مقدار این دمای بحرانی با افزایش چگالی الکترونهاى داغ افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، نتایج عددی نشان می‌دهند که در ازای دماهای کمتر از مقدار بحرانی، دامنه سالیوتونها با افزایش دمای الکترونهاى سرد افزایش می‌یابد در حالیکه برای مقادیر بزرگتر از مقدار دمای بحرانی، با افزایش نسبت دمای الکترونهاى سرد به داغ، دامنه سالیوتون کاهش می‌یابد.



شکل ۲. تغییرات بیشینه دامنه امواج سالیوتونی تراکمی (سمت چپ) و انبساطی (سمت راست) بر حسب  $\sigma$  به ازای مقادیر مختلف چگالی الکترونهاى داغ در حضور الکترونهاى غير ماکسولوى.

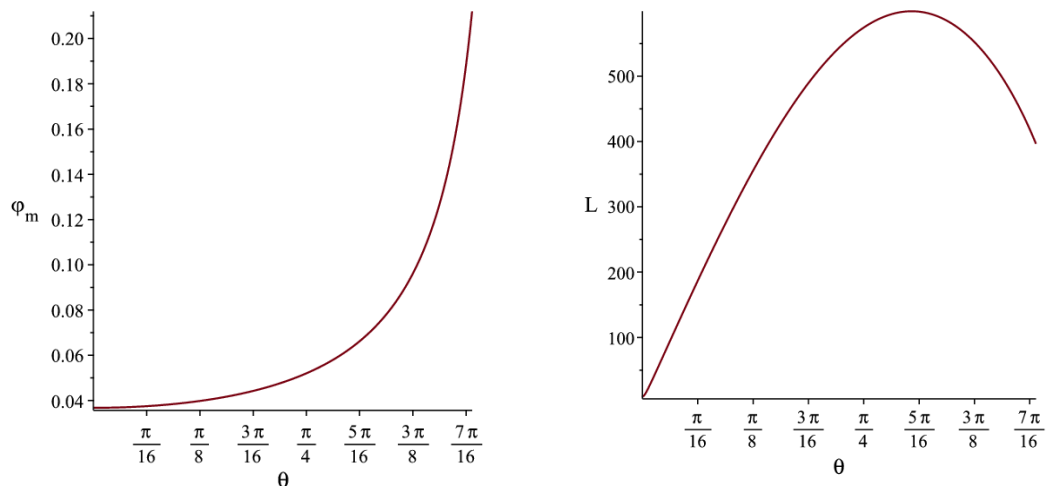
در شکل ۳ (الف) تاثیر شدت میدان مغناطیسی خارجی بر روی امواج سالیوتونی تراکمی در توکامک‌های EAST و ITER و در حضور الکترونهاى با توزیع کاپا بررسی شده است. در توکامک EAST،  $\omega_{pi}/\omega_{ci} = 150$  و در توکامک ITER،  $\omega_{pi}/\omega_{ci} = 100$  فرض شده است [۱۳]. مشاهده می‌شود که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، دامنه امواج سالیوتونی تغییری نکرده در حالیکه پهناى آنها کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، در حضور میدان مغناطیسی قویتر، امواج پایدار

باریکتری منتشر خواهند شد. لازم به ذکر است که توزیع الکترونها نقش بسزایی در پروفایل موج سالی‌تونی دارد. از شکل ۳ (ب) نتیجه می‌شود که اگر الکترونها دو دمایی با توزیع ماکسولی در توکامک‌های مد نظر فرض شوند، دامنه امواج نسبت به حالت قبل، کمتر و به همان نسبت پهنای آنها بیشتر خواهد شد. با این وجود، اثر میدان مغناطیسی خارجی بر روی ساختار موج یون-صوتی در هر دو توزیع یکسان می‌باشد.



شکل ۳. تاثیر میدان مغناطیسی خارجی بر روی ساختار موج یون-صوتی در توکامک‌های مختلف (الف) با الکترونها غیر ماکسولی (ب) الکترونها ماکسولی. سایر پارامترها مانند شکل (۱) هستند.

سرانجام تاثیر زاویه بین راستای انتشار امواج سالی‌تونی با میدان مغناطیسی در شکل ۴ بررسی شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه، دامنه امواج همواره افزایش می‌یابد در حالیکه پهنای آنها ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت. نتایج عددی نشان می‌دهند که در پلاسما حاضر، بیشینه پهنای در زاویه  $54/63$  درجه رخ خواهد داد.



شکل ۴. تاثیر زاویه بین راستای انتشار موج با میدان مغناطیسی خارجی بر روی دامنه (سمت چپ) و پهنای (سمت راست) امواج سالی‌تونی در توکامک ITER با الکترونها غیر ماکسولی. سایر پارامترها مانند شکل (۱) هستند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، رفتار سالی‌تونها یون-صوتی در یک پلاسما توکامک بررسی شده است. نتیجه می‌شود که الکترونها دو دمایی نقش ویژه‌ای را در این پلاسما دارند طوریکه حضور آنها امکان انتشار امواج تراکمی و انبساطی را ایجاد می‌کند. به عبارت دیگر، در یک چگالی و یا دمای بحرانی خصوصیات امواج سالی‌تونی تغییر خواهند کرد. بعلاوه مشاهده شده است که در هر دو توکامک‌های ESAT و ITER، دامنه امواج در حضور الکترونها با توزیع کاپا نسبت به



الکترونهای ماکسولی بیشتر (کمتر) خواهند بود. همچنین اثرات شدت میدان مغناطیسی در توکامک‌های ESAT و ITER بررسی شده و نتیجه می‌شود که در توکامک ITER، امواج با پهنای کمتری منتشر خواهند شد. به عبارت دیگر، هرچه میدان مغناطیسی خارجی قویتر باشد امواج پایدار باریکتری منتشر خواهند شد.

## ۵. مراجع

1. V.M.J. Vasyliunas, *Geophys Res.* **73**, 2839 (1968).
2. N. Hershkowitz, *Space Sci. Rev.* **41**, 351 (1985).
3. Y. Nishida and T. Nagasawa, *Phys. Fluids* **29**, 345 (1986).
4. G. Hairapetian and R. L. Stenzel, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 175 (1990).
5. M. Temerin, K. Cerny, W. Lotko, F. S. Mozer, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1175 (1982).
6. T. K. Baluku, M. A. Hellberg, and R. L. Mace, *J. Geophys. Res.* **116**, A04227 (2011).
7. A. Y. Lee, Y. Nishida, N. C. Luhmann, Jr., S. P. Obenschain, B. Gu, M. Rhodes, J. R. Albritton, and E. A. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 319 (1982).
8. W. D. Jones, A. L. Lee, S. M. Gleman, and H. J. Doucet, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1349 (1975).
9. M. A. Rehman and M. K. Mirsha, *Phys. Plasmas* **23**, 012302 (2016).
10. B. N. Goswaminm and B. Buti, *Phys. Lett. A* **57**, 149 (1976).
11. R.Z. Sagdeev, *Rev Plasma Phys.* **4**, 23 (1966).
12. H. Washimi, T. Taniuti, *Phys Rev Lett.* **17**, 996 (1966).
13. N. Dashtban, S. M. Motevalli, and T. Mohsenpour, *Plasma Phys. Reports* **44**, 854–860 (2018).