

بررسی رفتارهای آماری ترازهای انرژی با اسپین - پاریته (1^-) در هسته ^{170}Tm

توحید خاتونی^{۱*}، هادی صبری^۲

۱- گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده فیزیک، تحصیلات تکمیلی پیام نور تهران

۲- گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز

چکیده:

هدف از این مقاله مطالعه رفتار آماری ترازهای انرژی با اسپین پاریته (1^-) در هسته ^{170}Tm با $A = 170$ با استفاده از تابع توزیع بری - روبنیک در چهارچوب آمار توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای و روش تخمین برازش حداقل مربعات می باشد. به این منظور هسته مورد نظر در محدوده انرژی های مختلف مورد بررسی قرار می گیرد. برای این هدف از اطلاعات تجربی موجود در مرکز داده‌های هسته‌ای آمریکا دنباله‌های آماری برای محدوده های مشخص انرژی تشکیل و با روشهای بیان شده مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل از این بررسی وجود همبستگی آماری بین ترازهای انرژی (1^-) را نشان می‌دهد. که رابطه مستقیم بین انرژی ترازها و همبستگی آماری بین آنها حاصل می‌شود. به نحوی که با افزایش انرژی در دنباله مورد مطالعه، میزان همبستگی بین ترازهای انرژی نیز افزایش می‌یابد. هدف از بررسی ترازهایی با پاریته منفی، مطالعه میزان تاثیر تغییر شکل و تاثیر انتقال تکانه از طریق ترازهای متناسب با L های فرد است.

کلید واژه: نظریه ماتریس‌های تصادفی، همبستگی آماری، واپیچش، پاریته منفی

Study of statistical behavior energy levels in ^{170}Tm with spin-parity(1^-)

Tohid khatoni^{1*}, Hadi sabri²

1-Department of physic, Nuclear physic, Payame Noor university, Tehran

2-Department of physic, University of Tabriz, Tabriz

Abstract

In this paper, the statistical behavior of energy levels with 1^- spin- parity in the ^{170}Tm with use of Berry –Robnik distribution function in the nearest neighbor spacing distribution framework and least squar fit investigated.. To this aim, the experimental information available in the national nuclear data center, statistical sequences are classified in different energy ranges. The results show a statistical correlation between 1^- levels. Also, an obvious dependence between the energy values and the correlation observed while the results report maximum correlation for the highest energy levels.the purpose of investigating negative parity levels is to study the effect of deformation and the effect of it's transmisstion through levels proportional to negative L

Keyword: Random matrix theory, Statistical correlation, Unfolding, Negative parity.

۱. مقدمه:

مطالعه خواص آماری ماتریس‌هایی با عناصر مستقل دارای تاریخچه غنی در فیزیک هسته‌ای می‌باشد. در فیزیک هسته‌ای درک سطوح انرژی هسته‌ها که مدل‌های متعدد از توضیح آن قاصر بودند پژوهشگران را به استفاده از روش‌هایی چون ماتریس‌های تصادفی کشاند. نظریه ماتریس‌های تصادفی^۱ در این حوزه با کار افرادی همچون ویگنر و مهتا [۱، ۲]. نظریه ماتریس‌های تصادفی، آنسامبل‌های سه‌گانه و نهایتاً آمارهای مختلف مورد استفاده در این نظریه، به عنوان قوی‌ترین و موفق‌ترین دیدگاه در مطالعه رفتار آماری و نوسان‌های سیستم‌ها محسوب می‌شود [۳]. در ماتریس تصادفی با توجه به برخی از ویژگی‌های سیستم از جمله وجود یا عدم وجود تقارن زمانی سه آنسامبل زیر معرفی می‌شود [۴-۶]. به جای استفاده از هامیلتونین اصلی سیستم یک ماتریس تصادفی انتخاب می‌کنیم و توزیع ویژه مقادیر این ماتریس را محاسبه می‌کنیم که در این روش ماتریسی با بعد محدود N جایگزین هامیلتونی با بعد بی‌نهایت می‌شود [۷]. از جمله کاربردهای این نظریه، می‌توان برای سیستم‌های بس ذره‌ای، آشوب کوانتومی، سیستم‌های نامنظم و مزون‌نما، کرویدینامیک کوانتومی و دیگر زمینه‌ها مانند پدیده‌های موجی از نوع تشدید، مکانیک کوشسان و الکترومغناطیس اشاره کرد. نظریه ماتریس‌های تصادفی کاربردهای گسترده‌ای در پزشکی، علوم ارتباطات، اقتصاد و..... دارد [۸]. آمارهای مختلف نظریه‌ی ماتریس تصادفی، آنسامبل‌های آن و سایر محاسبات آن و همچنین بررسی برخی از سیستم‌های هسته‌ای با این نظریه، توسط افراد مختلف در منابع مختلف بیان شده است. در سال ۲۰۱۱ جعفری‌زاده و همکارانش تکنیک تخمین حداکثر^۲ احتمال را برای بررسی آمار طیفی سیستم‌های هسته‌ای در توزیع نزدیک‌ترین فاصله مجاور، به کار گرفتند. [۹]. Al-Sayed و ابوالمجد در سال ۲۰۰۶ توزیع نزدیک‌ترین فاصله مجاور از سطح هسته‌های زوج-زوج تغییر شکل یافته‌ی طبقه‌بندی شده با توجه به پارامتر تغییر شکل چهارگانه آن‌ها بررسی کردند. [۱۰]. در سال ۲۰۱۴ جعفری‌زاده و همکارانش با استفاده از آمار نزدیک‌ترین فاصله بین تراز^۳، خصوصیات نوسان طیفی هسته‌های کروی را بررسی کردند. [۱۱]. چون هدف اصلی ما در این مقاله مطالعه رفتار آماری ترازهایی با اسپین - پاریته⁽⁻⁾ با استفاده از تابع توزیع بری - روبنیک است، نیاز به تعداد تراز با اسپین - پاریته مشابه و البته وجود پاریته منفی در بین هسته‌ها، ما را به سمت هسته‌های تغییر شکل یافته هدایت نمود. در بین هسته‌های مختلف بر اساس اطلاعات تجربی موجود در مرکز داده‌های هسته‌ای آمریکا^۴، هسته ^{170}Tm دارای حداکثر مقدار ترازها با پاریته منفی می‌باشد که برای مطالعه ما مناسب می‌باشد.

۲. روش کار:

در فیزیک هسته‌ای انرژی ترازها مبنای ورودی ما می‌باشند. اگر اختلاف انرژی دو تراز مقابل را بدست بیاوریم کمیت نزدیک‌ترین فاصله بین تراز^۵ بدست می‌آید.

$$S_i = E'_{i+1} - E'_i \quad (1)$$

برای انجام فرایند واپیچش^۵ ما باید ترازهایی با تقارن‌های یکسان را انتخاب کنیم، که به این معنی است که با عدد کوانتومی J یکسان و پاریته یکسان را انتخاب می‌کنیم. [9]. به منظور واپیچش داده‌ها کمیت زیر را تعریف می‌کنیم.

$$D = \frac{\sum S_i}{N} \quad (2)$$

که D میانگین فضای بین لایه‌های انرژی است. حال هر کدام از S_i ها را بر D تقسیم می‌نماییم.

^۱ Random matrix theory

^۲ Maximom likelihood estimation

^۳ Nearest neighbor spacing distribution

^۴ National nuclear data center

^۵ Unfolding

$$s = \frac{S_i}{D} \quad (3)$$

که s معرف فاصله های بین تراز یو $P(s)$ تابع توزیع احتمال قرار گرفتن S در بازه ی $[s, s+ds]$ می باشد. در سیستم های هسته ای که طیف آنها با آنسامیل گاوسی اورتوگونال توصیف می شود تابع توزیع احتمال با توزیع ویگنر مطابقت دارد.

$$p(s) = \frac{\pi s}{2} \exp\left(-\frac{\pi s^2}{4}\right) \quad (4)$$

که ویژگی های طیف نامنظم را توصیف می کند. از طرف دیگر سیستم های منظم با توزیع پواسونی توصیف می شوند [۶].

$$p(s) = e^{-s} \quad (5)$$

مطالعات مختلف برای بررسی افت وخیز های آماری سیستم های فیزیکی مختلف، رفتار آماری بینابین این دو حد را پیشنهاد می نماید. برای توصیف این وضعیت بینابینی، توابع توزیع مختلفی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربردترین توابع در مطالعات رفتار آماری سیستم های هسته ای، تابع توزیع بری-روبنیک می باشد.

$$p(s) = \left[q + \frac{1}{2} \pi (1-q) s \right] e^{-qs - \frac{1}{4} \pi (1-q) s^2} \quad (6)$$

این تابع توزیع به ازای $q=0$ حد گاوسی (نامنظم) و به ازای $q=1$ حد پواسونی را توصیف می نماید [۱۲]. برای تعیین کمیت q که معیار رفتار آماری سیستم مورد مطالعه می باشد از روش تخمین حداقل مربعات^۱ استفاده می کنیم [۱۳].

۳. نتایج:

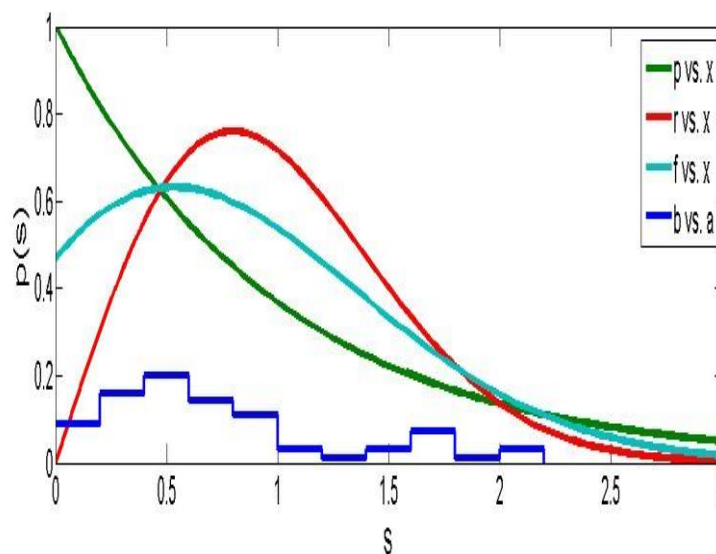
برای هسته مورد نظر، با توجه به مطالعه صورت گرفته روی رفتار آماری ترازهای انرژی از آخرین اطلاعات تجربی موجود در سایت مرکز داده های ملی برای ترازهای انرژی با پارامتر (۱-) که اسپین - پارامتر مشخصی دارند استفاده شده است. آن دسته از ترازها که پیش از یک اسپین - پارامتر به آنها نسبت داده شده در محاسبات وارد نشده است. دنباله مورد نظر را که متشکل از ۵۵ تراز می باشد با استفاده از رابطه (۱) تشکیل می دهیم. سپس مطابق با روش اشاره شده در قسمت روش کار اطلاعات را واپیچش کرده و بعد از واپیچش داده ها s را که معرف فاصله های بین ترازهای است را بدست می آوریم که از یک الگوی خاص پیروی می کنند و این الگوی خاص از یک فرمول ثابت حاصل می شود. یعنی ترازهای ما دقیقاً تکرار می شوند. در ادامه s ها را در بازه های کوچک تقسیم بندی نموده و در بازه های تقسیم بندی شده تعداد داده ها را بدست می آوریم. سپس بر تعداد کل داده ها تقسیم کرده تا $p(s)$ تابع توزیع احتمال به دست آید. در ادامه با استفاده از روش تخمین برازش حداقل مربعات پارامتر q در تابع توزیع بری - روبنیک را بدست می آوریم. به این صورت که در برنامه متلب با تعریف s به عنوان محور x ها و $p(s)$ به عنوان محور y ها پارامتر مجهول به دست می آید جدول (۱). در جدول مورد اشاره q معرف پارامتر مجهول تابع توزیع بری - روبنیک برای هر دنباله و N معرف تعداد ترازها برای هر دنباله می باشد که از سایت مرکز داده های هسته ای نوشته می شوند. انرژی های متفاوت با توجه به تعداد تراز موجود و تمرکز بر روی محدوده انرژی های پایین (عدم بحث حول تشدید های رزونانسی) در محدوده انرژی بین صفر تا سه هزار انتخاب شده سپس با در نظر گرفتن لزوم حداقل تعداد ۲۵ تراز در هر دنباله تقسیم بندی انرژی چنان صورت گرفته که این ترازها در محدوده انرژی قرار بگیرند. نتایج مربوط به تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای برای هر کدام از دنباله ها در شکل های (۱-۳) نشان داده شده است. نتایج حاصل از جدول ۱ و شکل های (۱-۳) نشانگر انطباق بیشتر رفتار آماری ترازهای (۱-) در هسته Tm با تابع توزیع ویگنری می باشد. با توجه به رفتار بینابینی دنباله های انتخابی بین دو حد غیر هم بسته و هم بسته به ترتیب پواسونی و ویگنری مقدار کمیت q معیار ارزیابی ما در این انطباق ها می باشد. با توجه به نتایج حاصل در جدول ۱ و شکل های موجود به دلیل اینکه مقدار q به صفر نزدیکتر می باشد انطباق دنباله های ما را

¹ Least Square Fit

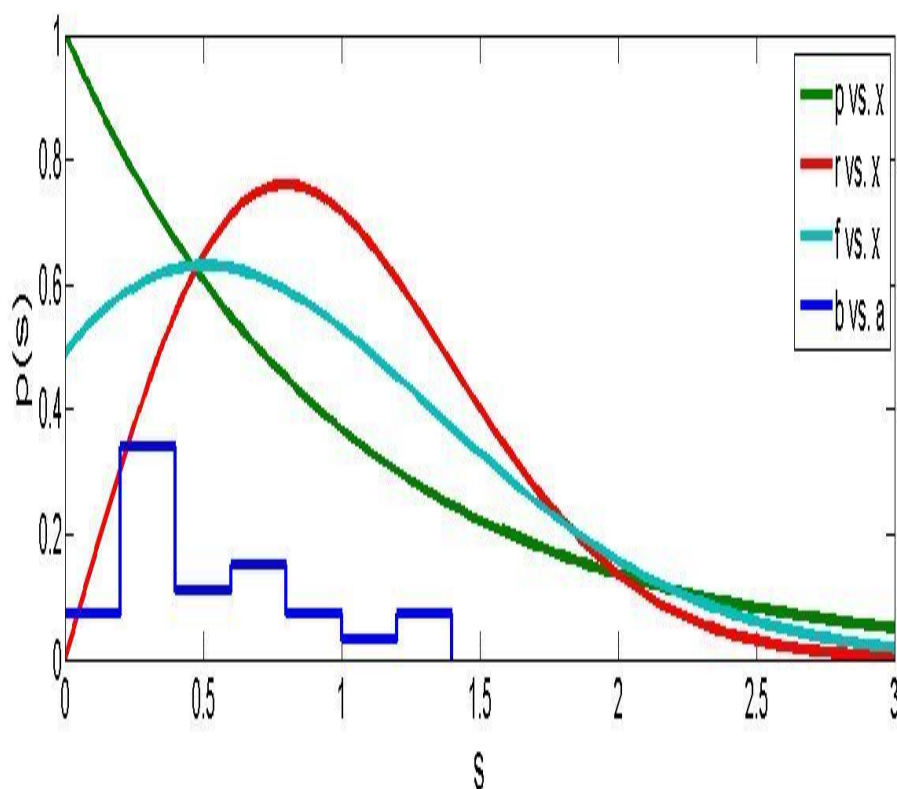
به توزیع ویگنری نمایان می‌کند. این نتیجه به مفهوم وجود همپوشانی یا همان تقارن در چهار چوب این ترازها می‌باشد. با افزایش مقدار انرژی این همپوشانی بیشتر صورت گرفته و انطباق بیشتر مشاهده می‌شود. این نتیجه را می‌توان به کاهش اثرات ناشی از تقارن‌های دیگر (تقارن‌های نزدیک به مفهوم کروی در چهار چوب انرژی بالاتر نسبت داد). در هنگام بازنویسی فرمول‌های هامیلتونین باید عملگرهای متناظر با این تقارن را در هامیلتونین بنویسیم. و بر حسب این تقارن می‌توان پیش‌بینی کرد که ذره فرودی با چه مقدار انرژی می‌تواند با ذرات ما در ترازهای مختلف انجام واکنش خاص را بدهد. می‌توان هامیلتونین سیستم، یعنی عامل توصیف‌کننده سیستم را با جزئیات بیان کرد و نهایتاً به این نتیجه رسید که سیستم ما برای انجام واکنش‌هایی که خروجی معین دارد قابل مدیریت است. علت بررسی ترازهایی با پارامتر منفی این است که می‌خواهیم تاثیر میزان تغییر شکل و تاثیر انتقال تکانه از طریق ترازهای متناسب با L های فرد روی هسته چه چیزی می‌باشد. چون پارامتر منفی از وجود نوکلئونی در آن دسته از ترازهای انرژی حاصل می‌شود که تکانه زاویه‌ای عدد فرد باشد، مفهوم هسته‌های تغییر شکل یافته اهمیت پیدا می‌کنند.

جدول ۱. q معرف مقدار کمیت تابع توزیع بری-روبنیک. N تعداد ترازهای انرژی برای اسپین - پارامتر $(-)$

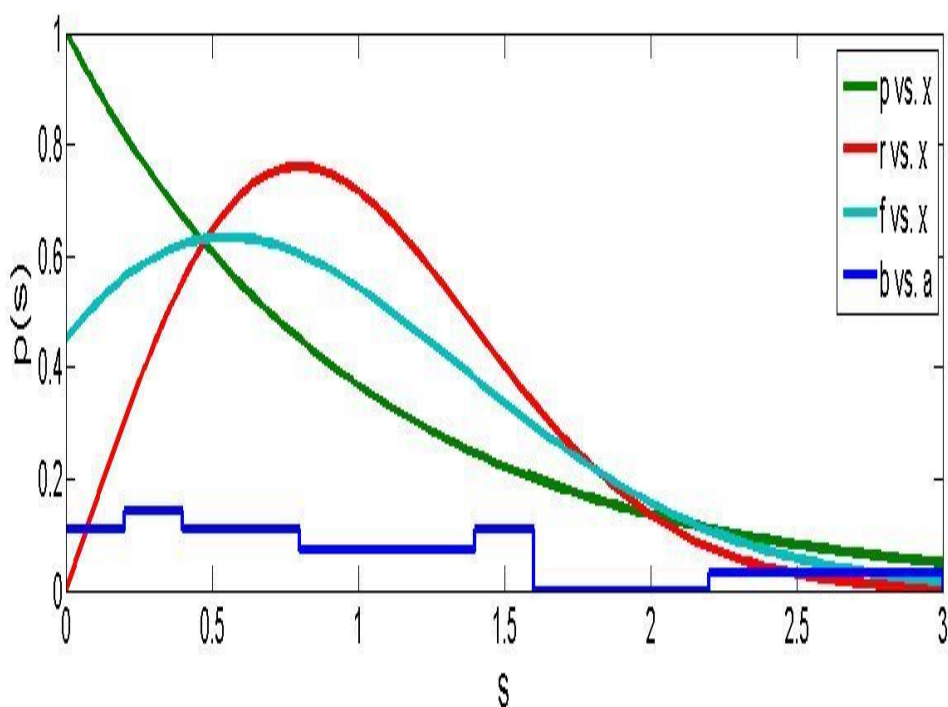
دسته بندی	N	q
$0 < E < 3000$	55	۰.۴۶۸۶
$0 < E < 1700$	27	0.4905
$1700 < E < 3000$	28	0.4512



شکل ۱ - مربوط به اسپین - پارامتر $-$ با $0 < E < 3000$ می‌باشد. نمودار قرمز نشان‌دهنده تابع توزیع ویگنر- نمودار سبز نشان‌دهنده تابع توزیع پواسون - نمودار آبی کم‌رنگ نشان‌دهنده نتیجه حاصل از دنباله مورد نظر می‌باشد.



شکل ۲- مربوط به اسپین- پارितه 1^- با $0 < E < 1700$ می باشد. نمودار قرمز نشان دهنده تابع توزیع ویگنر- نمودار سبز نشان دهنده تابع توزیع پواسون- نمودار آبی کم رنگ نشان دهنده نتیجه حاصل از دنباله مورد نظر می باشد.



شکل ۳- مربوط به اسپین- پاریته 1^- با $1700 < E < 3000$ می باشد. نمودار قرمز نشان دهنده تابع توزیع ویگنر- نمودار سبز نشان دهنده تابع توزیع پواسون- نمودار آبی کم رنگ نشان دهنده نتیجه حاصل از دنباله مورد نظر می باشد.

۴. نتیجه گیری:

جدول ۱ و شکل های (۱-۳) که نتایج حاصل از مطالعه ترازهای انرژی با اسپین - پاریتته (1^-) در هسته ^{140}Tm با استفاده از تابع توزیع بری - روبنیک است نشانگر انطباق بیشتر رفتار آماری ترازها با تابع توزیع ویگنری (گاوسی) می باشد. این نتیجه به مفهوم وجود هم پوشانی یا همان تقارن در چهارچوب این ترازها می باشد. با افزایش مقدار انرژی این هم پوشانی بیشتر صورت گرفته و انطباق بیشتر مشاهده می شود. این نتیجه را می توان به کاهش اثرات ناشی از تقارن های دیگر (تقارن های نزدیک به مفهوم گروهی در چهارچوب انرژی بالاتر نسبت داد. با استفاده از نتایج همبستگی به یک سری پیشبینی ها در مورد رفتارهای سیستم مورد مطالعه می توان پرداخت. مثلا در صورت همبستگی در یک محدوده خاص سطح مقطع انجام واکنش را می توان برای محدوده های دیگر نیز به کار برد.

مراجع:

1. Tracy, C.A. and H. Widom, *Introduction to random matrices*, in *Geometric and quantum aspects of integrable systems*. ۱۹۹۳, Springer. p. ۱۰۳-۱۳۰.
2. Wegner, F.J., *Disordered system with n orbitals per site: $n=\infty$ limit*. Physical Review B, ۱۹۷۹. ۱۹(۲): p. ۷۸۳.
3. Mehta, M.L., *Random matrices*. ۲۰۰۴: Elsevier.
4. Weidenmüller, H. and G. Mitchell, *Random matrices and chaos in nuclear physics: Nuclear structure*. Reviews of Modern Physics, ۲۰۰۹. ۸۱(۲): p. ۵۳۹.
5. Brody, T.A., et al., *Random-matrix physics: spectrum and strength fluctuations*. Reviews of Modern Physics, ۱۹۸۱. ۵۳(۳): p. ۳۸۵.
6. Jafarizadeh, M., et al., *Investigation of spectral statistics of nuclear systems by maximum likelihood estimation method*. Nuclear Physics A, ۲۰۱۲. ۸۹۰: p. ۲۹-۴۹.
7. Liu, Y., *Statistical behavior of the eigenvalues of random matrices*. ۲۰۰۰, Junior Thesis, Princeton University, Spring.
8. Winters, J.H., J. Salz, and R.D. Gitlin, *The impact of antenna diversity on the capacity of wireless communication systems*. IEEE transactions on Communications, ۱۹۹۴. ۴۲(۲۳۴): p. ۱۷۴۰-۱۷۵۱.
9. Jafarizadeh, M., et al., *Investigation of level spacing distribution of nuclear energy levels by maximum likelihood estimation method*. arXiv preprint arXiv:۱۱۰۱/۰۹۵۸, ۲۰۱۱.
10. Al-Sayed, A. and A. Abul-Magd, *Level statistics of deformed even-even nuclei*. Physical Review C, ۲۰۰۶. ۷۴(۳): p. ۰۳۷۳۰۱.
11. Jafarizadeh, M., N. Fouladi, and H. Sabri, *Spectral fluctuation properties of spherical nuclei*. arXiv preprint arXiv:۱۲۰۴/۲۰۶۶, ۲۰۱۲.
12. Abul-Magd, A., *Nearest-neighbour spacing distribution of energy levels in the region between integrability and chaos*. Journal of Physics A: Mathematical and General, ۱۹۹۶. ۲۹(۱): p. ۱.
13. Kündig, W., *A least square fit program*. Nuclear Instruments and methods, ۱۹۶۹. ۷۵p. ۳۳۶-۳۴۰.